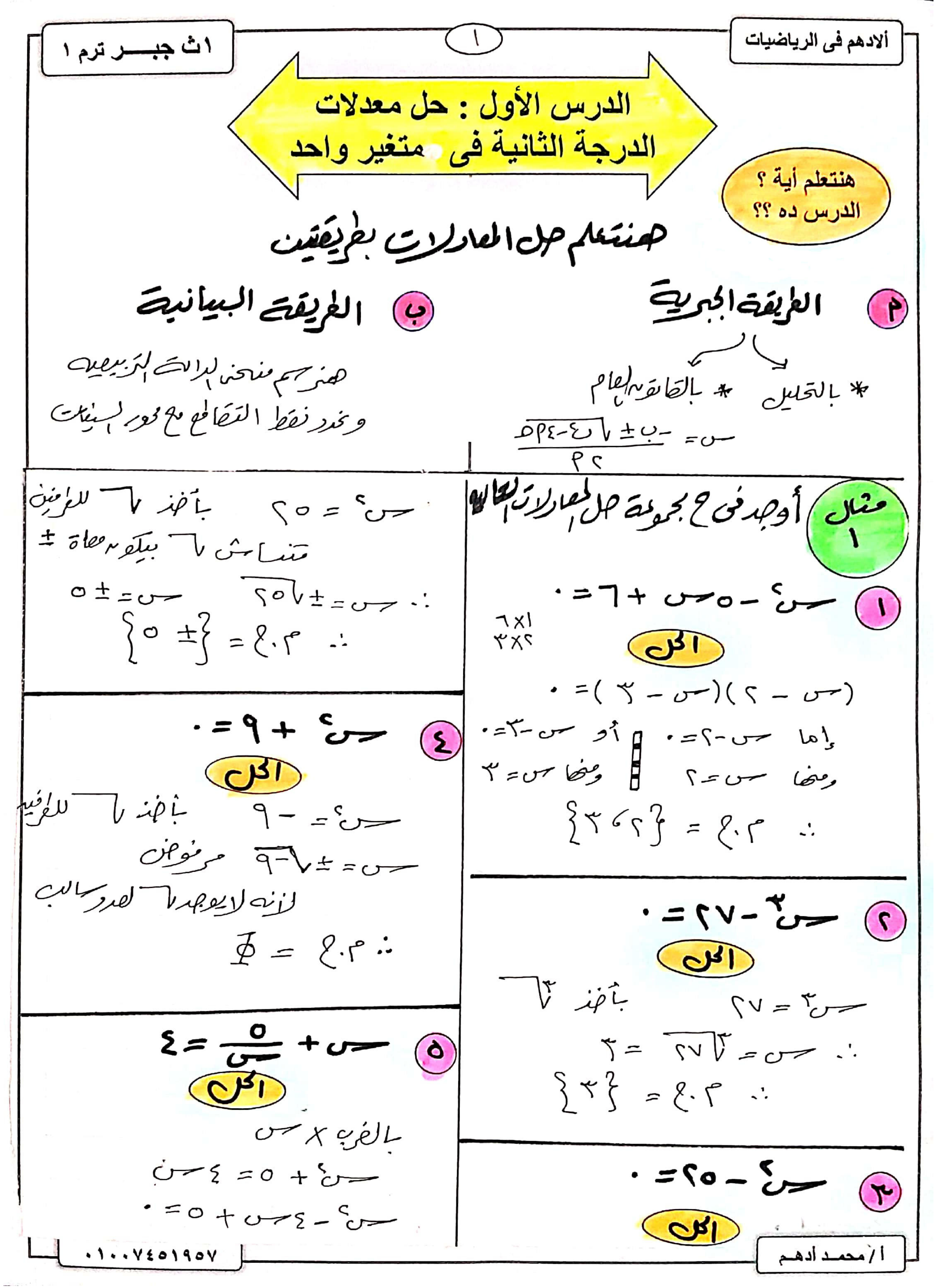

الأدهم
فى
الجبر وحساب المثلثات
الصف الأول الثانوى
عام وأزهر
٢٠٢٠
هدية
مجانية
إعداد
أ/ محمد أدهم
ت / ٠١٠٠٧٤٥١٩٥٧



الدرس الأول : حل معدلات الدرجة الثانية فى متغير واحد

هنتعلم أية ؟ الدرس ده ؟؟

هنتعلم حل المعادلات بطريقتين

(أ) الطريقة الجبرية

* بالتحليل * بالقانون العام

$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤ أ جـ}}{٢أ}$

(ب) الطريقة البيانية

هنرسم منحنى الدالة التربيعية ونحدد نقط التقاطع مع محور السينات

مثال ١ أوجد فى ح مجموعة حل المعادلات التالية

(١) $س^{٢} - ٥س + ٦ = ٠$

٦×١
٣×٢

الحل

$(س - ٢)(س - ٣) = ٠$

إما $س - ٢ = ٠$ ومنها $س = ٢$ | أو $س - ٣ = ٠$ ومنها $س = ٣$

∴ م.ح = $\{٢ ، ٣\}$

(٢) $س^{٣} - ٢٧ = ٠$

الحل

$س^{٣} = ٢٧$ بأخذ $\sqrt[٣]{}$

∴ $س = \sqrt[٣]{٢٧} = ٣$

∴ م.ح = $\{٣\}$

(٣) $س^{٢} - ٢٥ = ٠$

الحل

$س^{٢} = ٢٥$ بأخذ $\sqrt{}$ للطرفين

متنساش $\sqrt{}$ بتكون معاه ±

∴ $س = \pm\sqrt{٢٥}$ ، $س = \pm ٥$

∴ م.ح = $\{\pm ٥\}$

(٤) $س^{٢} + ٩ = ٠$

الحل

$س^{٢} = -٩$ بأخذ $\sqrt{}$ للطرفين

$س = \pm\sqrt{-٩}$ مرفوض

لأنه لا يوجد $\sqrt{}$ لعدد سالب

∴ م.ح = Φ

(٥) $س + \frac{٥}{س} = ٤$

الحل

بالضرب × س

$س^{٢} + ٥ = ٤س$

$س^{٢} - ٤س + ٥ = ٠$

خلي بالك مفيش عددين حاصل ضربهما ٥ ومجموعهما ٤ لذلك دي هتتحل بالقانون العام "فاكرينه؟"

$س^2 - 4س + 5 = 0$

أ = ١ ، ب = -٤ ، ج = ٥

$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^2 - 4أج}}{2أ}$

∴ $س = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4\times1\times5}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{-4}}{2}$

مفيش جذر تربيعي لعدد سالب

∴ $\sqrt{-4} \notin ح$

∴ م.ح = ϕ

تدريب

حل المعادلات التالية في ح

١) $س^2 + 3س = 0$

٢) $س^2 + 5س - 6 = 0$

٣) $س^2 - 6س + 9 = 0$

٤) $2س^2 + 3س - 4 = 0$

٥) $5س^2 - 3س - 1 = 0$

٦) $س - \frac{5}{س} = 3$ ، $س \neq 0$

من عجائب الرياضيات.

اضرب عمرك في

13837

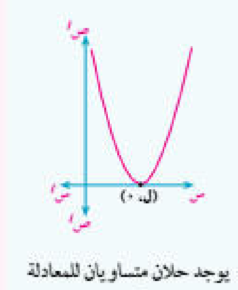
اضرب النتيجة في 73

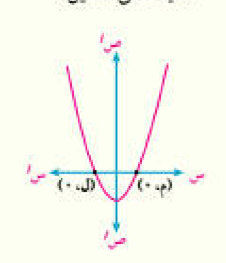
ستدهش للنتيجة

ثانياً: الحل البياني

عندنا ٣ حالات







١- المنحنى يقطع محور السينات في نقطتين.

يوجد حلّان مختلفان للمعادلة في ح، مجموعة الحل = {ل، م}

٢- المنحنى يمس محور السينات في نقطة واحدة.

يوجد حلان متساويان للمعادلة في ح، مجموعة الحل = {ل}

٣- المنحنى لا يقطع محور السينات.

لايوجد حلٌّ للمعادلة في ح، مجموعة الحل = ϕ

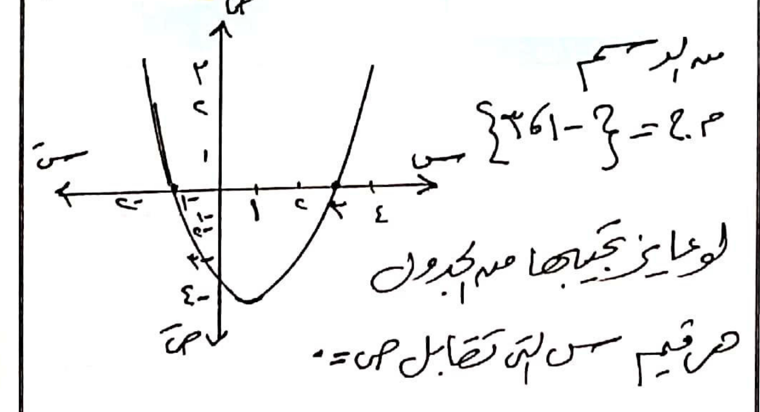
مثال ٢

أوجد في ح مجموعة حل المعادلات التالية بيانياً

١) $س^2 - 2س - 3 = 0$ ‏[-٢، ٤]

الحل

س	-٢	-١	٠	١	٢	٣	٤
ص	٥	٠	-٣	-٤	-٣	٠	٥



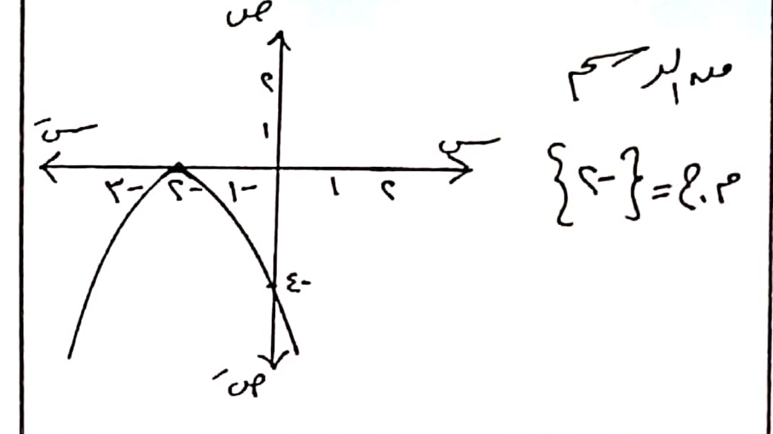
من الرسم م.ح = {-١، ٣}

لو عايز تجيبها من الجدول هي قيم س اللي تقابل ص = ٠

٢) $س^2 - 4س - 4 = 0$ ‏[-١، ٥]

الحل

س	-٥	-٤	-٣	-٢	-١	٠	١
ص	-٩	-٤	-١	٠	-١	-٤	-٩



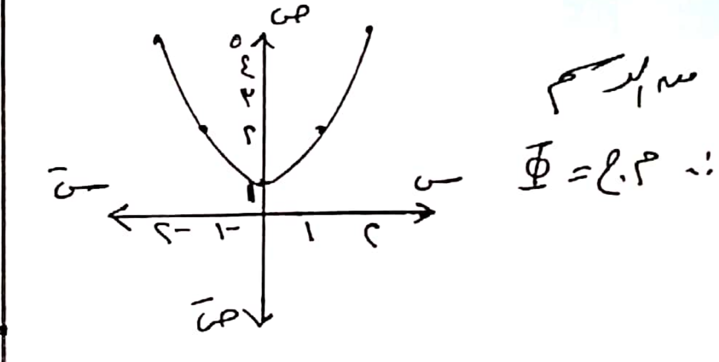
من الرسم

م.ح = {-٢}



③ $س^٢ + ١$ [-٢ ، ٢]

الحل



س	-٢	-١	٠	١	٢
ص	٥	٢	١	٢	٥

من الرسم

∴ م.ح = Φ

ملحوظة

$أس^٢ + ب س + جـ = ٠$

إحداثيات رأس المنحنى

$\left(\frac{-ب}{٢أ} ، د\left(\frac{-ب}{٢أ}\right) \right)$



مثال ٢ عين إحداثيات رأس المنحنيات التالية

$س^٢ + ٢س - ١ = ٠$



الحل

أ = ١ ب = ٢

$\frac{-ب}{٢أ} = \frac{-٢}{٢ \times ١} = \frac{-٢}{٢} = -١$

$د(-١) = (-١)^٢ + ٢(-١) - ١ = -٢$

∴ رأس المنحنى (-١ ، -٢)

سؤال رخم

يعني أيه جذر للمعادلة

معناه أنني أعوض عن س بالرقم اللي قاله ويبقى قيمة المعادلة = صفر

أي أن جذر المعادلة هو حل المعادلة يعني قيمة س عندما ص = صفر

مثال ٣ إذا كان س = ٣ أحد جذري المعادلة $س^٢ + أس + ٦ = ٠$. فأوجد الجذر الآخر



الحل

بوضع س = ٣

$٩ + ٣أ + ٦ = ٠$ $٣أ = -١٥$

∴ $أ = \frac{-١٥}{٣} = -٥$

$$١ \times ٦$$
$$٢ \times ٣$$

∴ المعادلة هى

$س^٢ - ٥س + ٦ = ٠$

$(س - ٢)(س - ٣) = ٠$

$س = ٢$ أو $س = ٣$

∴ الجذر الآخر = ٢

مثال ٤

إذا كان ٥ ، -٣ هما جذرا المعادلة $س^٢ + م س + ب = ٠$ فأوجد م ، ب

الحل

بوضع $س = ٥$

∴ $٢٥ + ٥م + ب = ٠$ ← ①

بوضع $س = -٣$

$٩ - ٣م + ب = ٠$ ← ②

$٥م + ب = -٢٥$

$-٣م + ب = -٩$ بالطرح

$٨م = -١٦$ ∴ $م = \frac{-١٦}{٨} = -٢$

بالتعويض فى ①

$٢٥ - ١٠ + ب = ٠$

$ب + ١٥ = ٠$

∴ $ب = -١٥$

∴ $م = -٢$ ، $ب = -١٥$

أى خدمة

مثال ٥ أكمل

① المعادلة $(س - ٣)(س + ٤) = ٠$ من الدرجة ---- الثانية

② مجموعة حل المعادلة $س^٢ - ٢س = ٠$ هى ---- $س(س - ٢) = ٠$

$م.ح = \{٠ ، ٢\}$

③ مجموعة حل المعادلة $س^٢ + ١٠٠ = ٠$ فى ح

$س^٢ = -١٠٠$ ، $س = \sqrt{-١٠٠}$ مرفوض

$م.ح = \emptyset$

④ مجموعة حل المعادلة $س^٢ - ٥ = ٠$ فى ح

$س^٢ = ٥$ ، $س = \pm\sqrt{٥}$

∴ $م.ح = \{\pm\sqrt{٥}\}$

⑤ إذا كان منحنى الدالة التربيعية يقطع محور السينات فى (٣ ، ٠) ، (-٤ ، ٠) فإن م.ح = ----

$\{-٤ ، ٣\}$ ← لازم تكون مجموعة

⑥ إذا كان منحنى الدالة التربيعية يمر بالنقط $\{(-١ ، ٠) ، (٠ ، -٣) ، (١ ، -٤) ، (٣ ، ٠)\}$ فإن $م.ح = \{-١ ، ٣\}$

قيم س عندما ص = ٠

مثال ٦

اختر الإجابة الصحيحة

(١) الشرط الذى يجعل المعادلة $أ س^٢ + ب س + جـ = ٠$ تربيعية هو ....

(أ) $أ < ٠$ (ب) $أ > ٠$

(جـ) $أ \neq ٠$ (د) $أ \neq ٠ ، ب \neq ٠$

(٢) إذا كان $(ص - ٤)^٢ = ٣٦$ ، $ص > ٠$ فإن $ص + ٤ = ...$

(أ) -٢ (ب) ٢

(جـ) ١٠ (د) ١٤

الحل ← $ص - ٤ = \pm ٦$

$ص - ٤ = ٦$ ، $ص - ٤ = -٦$

$ص = ٦ + ٤$ ، $ص = -٦ + ٤$

$ص = ١٠$ مرفوض ، $ص = -٢$ > ٠

$\therefore ص + ٤ = -٢ + ٤ = ٢$

(٣) إذا كانت $س = ٤$ أحد جذرى المعادلة $س^٢ + م س = ٤$ فإن ...

(أ) $م = -٣$ (ب) م عدد زوجى

(جـ) $(١ - م)$ مربع كامل (د) (أ) ، (جـ) صحيحان

بالتجريب $م = -٣$ تحقق ∴ أ صحيحة

$١ - (-٣) = ٤$ مربع كامل ∴ جـ صحيحة

(٤) الجذر المشترك للمعادلتين التربيعيتين

$س^٢ - ٣ س + ٢ = ٠$ ، $٢ س^٢ - ٥ س + ٢ = ٠$ هو

(أ) $س = ٢$ (ب) $س = ١$

(جـ) $س = -٢$ (د) $س = \frac{١}{٢}$

بالتعويض هنستطيع أو بحل كل معادلة.

(٥) الشكل المقابل يمثل المنحنى

$ص = أ س^٢ + ب س + جـ$

(أ) $أ > ٠$ ، $جـ < ٠$

(ب) $أ > ٠$ ، $جـ > ٠$

(جـ) $أ < ٠$ ، $جـ > ٠$

(د) $أ < ٠$ ، $جـ < ٠$

لأن المنحنى مفتوح لأسفل والجذران مختلفان فى الإشارة فلابد أن يكون حاصل ضربهما سالب مختلفين فى الإشارة

$\frac{جـ}{أ}$ سالب ∴ $جـ > ٠$

(٦) قطعة أرض على شكل مستطيل بعداه ٦ ، ٩ م يراد مضاعفة هذه المساحة وذلك بزيادة كل من بعديها بنفس المسافة فإن المسافة ...

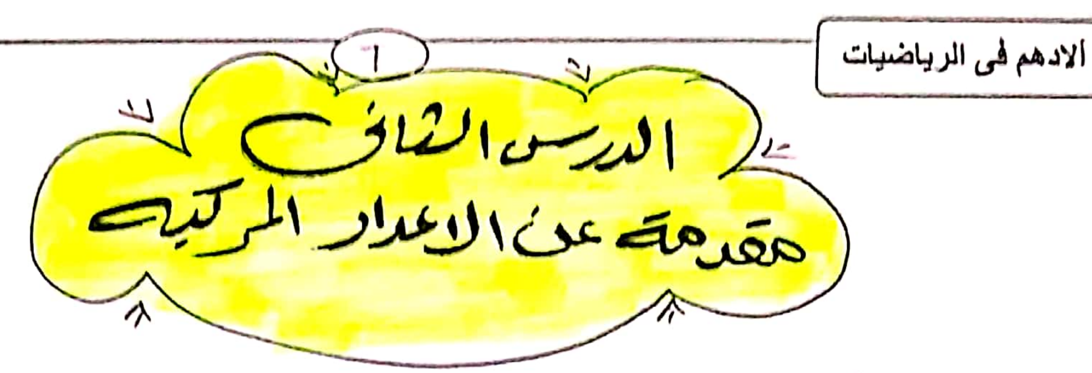
(أ) ٣ (ب) ٥

(جـ) ٧ (د) ٩

$٦ \times ٩ = ٥٤$ بمضاعفتها يبقى ١٠٨

$(٦ + س)(٩ + س) = ١٠٨$

كوّن أو حل هتطلع $س = ٣$



هنتعلم أيه الدرس ده

١- يعني أيه عدد تخيلي

٢- ازاى أضع العدد التخيلي فى أبسط صورة

٣- مجموعة الأعداد المركبة

٤- نعيش شوية مع الأعداد المركبة

هيا نبدأ وتوكلنا على الله



هو العدد الذي مربعه = -1

$\therefore$ $ت^2 = -1$

$ت = \sqrt{-1}$

وعلى ذلك

$\sqrt{-2} = \sqrt{2}\,ت$

$\sqrt{-5} = \sqrt{5}\,ت$

$\sqrt{-3} = \sqrt{3}\,ت$

ملحوظة

$\sqrt{2}\times\sqrt{3} = \sqrt{6}$ ولكن انتبه

$\sqrt{-1}\times\sqrt{-1} \ne \sqrt{-1\times -1}$

$ت \times ت = ت^2 = -1$

لذلك نعمم القاعدة

إذا كان أ، ب عددان حقيقيان سالبان

فإن $\sqrt{أ}\times\sqrt{ب} \ne \sqrt{أب}$

مثال

① $\sqrt{-3}\times\sqrt{-5} = \sqrt{3}\,ت \times \sqrt{5}\,ت$

$= \sqrt{15}\,ت^2 = -1\times\sqrt{15} = -\sqrt{15}$

② $\sqrt{-2}\times\sqrt{-7} = \sqrt{2}\,ت\times\sqrt{7}\,ت$

$= \sqrt{14}\times ت^2 = -\sqrt{14}$



$ت = ت$

$ت^2 = -1$

$ت^3 = -ت$

$ت^4 = 1$

دى دورة تتكرر كل ٤

سؤال مهم ازاى اجيب ت فى أبسط صورة

إذا كان الأس موجب هنطرح أول عدد تحته مباشرة يقبل القسمة على ٤

وإذا كان الأس سالب نجمع عليه
أول عدد موجب يقبل القسمة على ٤
تعالوا نحل و هنفهم إن شاء الله

مثال ١ أوجد فى أبسط صورة

1. $ت^{8} = 1$ لأن ٨ تقبل على ٤ بدون باقى
2. $ت^{-16} = 1$ لأن -١٦ // // بدون باقى
3. $ت^{4ن} = 1$ لأن ٤ن // // // //
4. $ت^{-4م} = 1$ لأن -٤م تقبل // بدون //
5. $ت^{5} = ت^{5-4} = ت^{1} = ت$
6. $ت^{13} = ت^{13-12} = ت^{1} = ت$
7. $ت^{91} =$ ....
8. $ت^{18} = ت^{18-16} = ت^{2} = -1$
9. $ت^{22} = ت^{22-20} = ت^{2} = -1$
10. $ت^{34} =$ ......
11. $ت^{11} = ت^{11-8} = ت^{3} = -ت$
12. $ت^{15} = ت^{15-12} = ت^{3} = -ت$
13. $ت^{31} =$ ......
14. $ت^{4ن+1} = ت^{1} = ت$
15. $ت^{8ن+2} = ت^{2} = -1$
16. $ت^{20ن+7} = ت^{7} = ت^{7-4} = ت^{3} = -ت$

النوع ده كده اتفهم كويس ؟

مثال ٢ أوجد فى أبسط صورة

1. $ت^{-4} = 1$ لأن -٤ تقبل على ٤ بدون باقى
2. $ت^{-8} = 1$ -- -- -- -- // //
3. $ت^{-12ن} = 1$
4. $ت^{-3} = ت^{-3+4} = ت^{1} = ت$
5. $ت^{-5} = ت^{-5+8} = ت^{3} = -ت$
6. $ت^{-7} = ت^{-7+8} = ت^{1} = ت$
7. $ت^{-11} = ت^{-11+12} = ت^{1} = ت$
8. $ت^{-14} = ت^{-14+16} = ت^{2} = -1$
9. $ت^{-22} = ت^{-22+24} = ت^{2} = -1$
10. $ت^{4ن-9} = ت^{-9+12} = ت^{3} = -ت$
11. $ت^{100ن-15} = ت^{-15} = ت^{-15+16} = ت$

مجموعة الأعداد المركبة

العدد المركب $أ + ب ت$

الجزء الحقيقى ← أ ، الجزء التخيلى ← ب

لاحظ أن

1. إذا كان $أ = 0$ يبقى العدد تخيلى
2. إذا كان $ب = 0$ يبقى العدد حقيقى

الفكرة لو ان شاء الله هنضيف مجموعة جديدة للأعداد وهي مجموعة الاعداد المركبة

ك = {أ + ب ت : أ ، ب ∈ ح ، ت² = -١}

∴ ع ⊂ ط ⊂ ص ⊂ ن ⊂ ح ⊂ ك



أوجد م.ح لكل مما يلي



① س² + ٢٥ = ٠

الحل

س² = -٢٥

س = ± √-٢٥ = ± √٢٥ ت²

= ± ٥ت

∴ م.ح = {± ٥ت}



② ٢س² + ١٨ = ٠

الحل

٢س² = -١٨ ÷ ٢

س² = -٩ بأخذ √

س = ± √-٩ = ± √٩ت²

= ± ٣ت

∴ م.ح = {٣ت ، -٣ت}

سؤال رفيع

متى يتساوى العددان المركبان

جـ عندما يتساوى الجزء الحقيقي مع الحقيقي و يتساوى الجزء التخيلي مع التخيلي



أوجد قيم س ، ص

① س + ص ت = ٤ - ٣ت

س = ٤ ص = -٣

② س - ٥ت = ٤ - ص ت

س = ٤ ص = ٥

③ س + ص ت = (٣ + ٢ت) + (٢ - ت)

س + ص ت = ٥ + ت

س = ٥ ص = ١

أيه رأيكم ناخد تمرين شامل كل العمليات على الاعداد المركبة

مثال ٥: أوجد في أبسط صورة ياهج

① (٣ + ٥ت) + (٤ - ٢ت)

= ٧ + (٥ - ٢)ت

= ٧ + ٣ت

② (٢ـ س) - (٥ + س)

الحل

٢ـ س ـ ٥ ـ س

= (٢ـ ٥) + (ـ١ـ١) س

ـ٣ ـ ٢س

③ (٤ + ٢س) (٣ـ ٥س)

الحل

١٢ ـ ٢٠س + ٦س ـ ١٠س²

١٢ ـ ١٤س ـ(١٠ × ـ١)

٢٢ ـ ١٤س

④ (٣ + ٢س)²

الحل

(٣ + ٢س) (٣ + ٢س)

٩ + ٦س + ٦س + ٤س²

٩+ ١٢س + (٤ × ـ١)

٥ + ١٢س

ويمكنك تحل مربع كامل

(أ ± ب)² = أ² ± ٢ أ ب + ب²

⑤ (١ ـ س)⁴

الحل

((١ ـ س)²)²

(١ ـ ٢س + س²)²

(١ ـ ٢س ـ ١)²

(ـ٢س)² = ٤س² = ـ٤

⑥ س(٥ ـ ٣س)

الحل

٥س ـ ٣س² = ٥س + ٣

= ٣ + ٥س

⑦ (٢ ـ س) (٢ + س)

الحل

فرق بين مربعين (أ ـ ب) (أ + ب)

= أ² ـ ب²

٤ ـ س² = ٤ ـ (ـ١) = ٥

⑧ (٣ ـ س) (٣ + س)

الحل

٩ ـ س² = ٩ ـ (ـ١) = ١٠

إِنَّ ٱللَّهَ وَمَلَـٰٓئِكَتَهُۥ
يُصَلُّونَ عَلَى ٱلنَّبِيِّۚ
يَـٰٓأَيُّهَا ٱلَّذِينَ ءَامَنُواْ صَلُّواْ عَلَيۡهِ
وَسَلِّمُواْ تَسۡلِيمًا

العددان المترافقان

لاستنتاج المرافق نغير إشارة الجزء التخيلي

أ + ب ت ⟸ مرافقه ⟸ أ - ب ت

لاحظ

العدد		المرافق
① ٥+٢ت		٥-٢ت
② ٤ - ت		٤ + ت
③ ت - ٢	أصلها -٢+ت ⟸ المرافق	-٢-ت
④ ٣ت+٥	أصلها ٥+٣ت ⟸ المرافق	٥-٣ت
⑤ ٢ت	أصلها ٠+٢ت ⟸ المرافق	-٢ت
⑥ -٤ت	⟸ المرافق	٤ت
⑦ ٥	أصلها ٥+صفر ت ⟸ المرافق	٥
⑧ ٧	⟸ المرافق	٧

ملحوظة

① مجموع العددين المترافقين (عدد حقيقي) = ضعف الحد الأول (الحقيقي)

② حاصل ضرب العددين المترافقين (عدد حقيقي) = مربع الحقيقي - مربع التخيلي

متناقش ت² = -١

مثال ٦

العدد ٥-٤ت اكتب مرافقه ثم أوجد مجموع العدد ومرافقه وحاصل ضربهما

الحل

* العدد ٥-٤ت المرافق = ٥+٤ت
* ٥-٤ت + ٥+٤ت = ١٠
* (٥-٤ت)(٥+٤ت)

= ٢٥ - ١٦ت² = ٢٥ - ١٦×(-١)

= ٢٥+١٦ = ٤١

مثال ٧

العدد ٣-٢ت أوجد مرافقه ثم أوجد مجموع وحاصل ضرب العدد ومرافقه

الحل

* العدد ٣-٢ت مرافقه = ٣+٢ت
* (٣-٢ت) + (٣+٢ت) = ٦
* (٣-٢ت)(٣+٢ت) = ٩-٤ت²

= ٩ - (٤×-١) = ٩+٤ = ١٣

ملحوظة

لكتابة العدد المركب في أبسط صورة إذا كان له مقام نضرب البسط والمقام في مرافق المقام.

مثال ٨ اكتب كلاً من الأعداد التالية في أبسط صورة.

① $\frac{١٠}{٢+ت}$

الحل

بالضرب × (٢ − ت) بسطاً ومقاماً

المقدار $= \frac{١٠}{٢+ت} \times \frac{(٢-ت)}{(٢-ت)} = \frac{١٠(٢-ت)}{٤-ت^٢}$

$= \frac{١٠(٢-ت)}{٤+١} = \frac{١٠(٢-ت)}{٥} = ٤-٢ت$

② $\frac{٣+٢ت}{٢-٥ت}$

الحل

بالضرب × (٢ + ٥ت) بسطاً ومقاماً

$= \frac{٣+٢ت}{٢-٥ت} \times \frac{٢+٥ت}{٢+٥ت}$

$= \frac{٦+١٥ت+٤ت+١٠ت^٢}{٤-٢٥ت^٢}$

$= \frac{٦+١٩ت-١٠}{٤+٢٥} = \frac{-٤+١٩ت}{٢٩}$

$= \frac{-٤}{٢٩} + \frac{١٩}{٢٩}ت$

مثال ٩ إذا كان $\frac{(٢+ت)(٢-ت)}{٣+٤ت}$ = س + ت ص فأوجد قيمة س ، ص

$= \frac{٤-ت^٢}{٣+٤ت} = \frac{٤+١}{٣+٤ت} = \frac{٥}{٣+٤ت}$

بالضرب × (٣ − ٤ت) بسطاً ومقاماً

$= \frac{٥}{٣+٤ت} \times \frac{٣-٤ت}{٣-٤ت}$

$= \frac{٥(٣-٤ت)}{٩-١٦ت^٢} = \frac{٥(٣-٤ت)}{٩+١٦}$

$= \frac{٥(٣-٤ت)}{٢٥} = \frac{١}{٥}(٣-٤ت)$

$= (\frac{٣}{٥} - \frac{٤}{٥}ت)$

∴ س $= \frac{٣}{٥}$ ، ص $= \frac{-٤}{٥}$

مثال ١٠ إذا كان س $= \frac{١٣}{٥-ت}$ ، ص $= \frac{٣+٢ت}{ت+١}$ أثبت أن س ، ص مترافقان.

الحل

س $= \frac{١٣}{٥-ت} \times \frac{٥+ت}{٥+ت} = \frac{١٣(٥+ت)}{٢٥-ت^٢}$

$= \frac{١٣(٥+ت)}{٢٦} = \frac{٥+ت}{٢} = (\frac{٥}{٢} + \frac{ت}{٢})$

ص $= \frac{٣+٢ت}{ت+١} \times \frac{١-ت}{١-ت} = \frac{٣-٣ت+٢ت-٢ت^٢}{١-ت^٢}$

$= \frac{٣-ت+٢}{١+١} = \frac{٥-ت}{٢} = (\frac{٥}{٢} - \frac{ت}{٢})$

∴ س ، ص عددان مترافقان

لاختلاف إشارة الجزء التخيلي فيهما

اختر الإجابة

١ مرافق العدد $(٣ت - ٤)$ هو ....

(أ) $٣ت + ٤$ (ب) $-٣ت - ٤$

(ج) $-٣ت + ٤$ (د) $٣ت - ٤$

تغيير اشارة التخيلى

٢ المعكوس الجمعى للعدد المركب $(٤ - ٧ت)$ هو ....

(أ) $٤ + ٧ت$ (ب) $-٤ + ٧ت$

(ج) $-٤ - ٧ت$ (د) $٤ - ٧ت$

هنغير الاشارتين

٣ $ت + ت^{٢} + ت^{٣} + ت^{٤} =$ ....

(أ) ت (ب) $ت^{٢}$

(ج) ١ (د) صفر

$ت - ١ - ت + ١ = ٠$

٤ إذا كانت أ، ب، جـ، هـ أربعة أعداد صحيحة موجبة متتالية فإن

$ت^{أ} + ت^{ب} + ت^{جـ} + ت^{هـ} =$ ....

(أ) صفر (ب) -١

(ج) ١ (د) ت

٥ $ت + ت^{٢} + ت^{٣} + ت^{٤} + ... + ت^{١٠٠} =$ ....

(أ) ت (ب) -١

(ج) صفر (د) ١

كل ٤ أعداد متتالية = ٠

$٠ \times ٢٥ =$ صفر

٦ إذا كان $(٣ - ٥ت)^{١٠٠} (٣ + ٥ت)^{١٠٠} = س + ص ت$

فإن ص = ...

(أ) ٩ (ب) ٢٥

(ج) صفر (د) غير ذلك

الفكرة حاصل ضرب العددين المترافقين = عدد حقيقى

∴ الجزء التخيلى = صفر

٧ إذا كان $(٥ + ت)^{١٠} (٥ - ت)^{١٠} = س + ت ص$

فإن ص = ...

(أ) ١ (ب) -١

(ج) ٥ (د) صفر

٨ أى مما يلى يكون عدداً تخيلياً ....

(أ) $\sqrt{-٣}$ (ب) π

(ج) -٤ (د) $ت^{٢}$

٩ إذا كان ل، م هما جذرا المعادلة التربيعية

$س^{٢} + ١ = ٠$ فإن $ل^{٢٠١٨} + م^{٢٠١٨} =$ ....

(أ) $-٢ت$ (ب) $٢ت$

(ج) -٢ (د) ٢٠١٨

$س^{٢} = -١$ $س = \pm\sqrt{-١}$ $س = \pm ت$

$(ت)^{٢٠١٨} + (-ت)^{٢٠١٨} = -١ - ١ = -٢$

١٠ أصغر عدد صحيح موجب (ن) يجعل $\left(\frac{١+ت}{١-ت}\right)^{ن} = ١$

(أ) ٢ (ب) ٤

(ج) ٨ (د) ١٢

الواجب

١ ضع في أبسط صورة

١) $ت^{٨}$
٢) $ت^{-١٢}$
٣) $ت^{١١}$
٤) $ت^{-٣}$
٥) $ت^{٢٥}$
٦) $ت^{-٩}$
٧) $ت^{١٠٤}$
٨) $ت^{-١٠}$
٩) $ت^{٤ن+١}$
١٠) $ت^{٨ن-١}$
١١) $ت^{٤ن+٢}$
١٢) $ت^{١٢ن-١٥}$
١٣) $\frac{١}{ت^{-٢}}$
١٤) $\frac{١}{ت^{٥}}$

٢ أوجد ناتج

١) $(٤+ت)+(٥+٣ت)$
٢) $(٢-ت)+(٢+ت)$
٣) $(٤-٣ت)-(٥-٢ت)$
٤) $(٢+٣ت)(٢-٣ت)$
٥) $(١-ت)^{١٠}$
٦) $(٢-٤ت)(٣+ت)$

٣ ضع على الصورة أ + ب ت

١) $\frac{٤+ت}{ت}$
٢) $\frac{٣-ت}{٢-ت}$
٣) $\frac{٤-٥ت}{٧ت}$
٤) $\frac{٣+٤ت}{٥-٢ت}$

٤ حل المعادلات التالية في مجموعة الأعداد المركبة

١) $س^{٢}+٩=٠$
٢) $س^{٢}+٢٥=٠$
٣) $٤س^{٢}+١٠٠=٧٥$
٤) $س^{٢}-٤س+٥=٠$

٥ أوجد قيمتي س، ص اللتين تحققان أن

١) $س+٤ت=٥-ص ت$
٢) $(٢س+١)+٤ص ت=٥-١٢ت$
٣) $(٢س-ص)+(س-٢ص)ت=٥+ت$
٤) $\frac{١٠}{٢+ت}=س+ص ت$
٥) $\frac{٦-٤ت}{١-ت}=س+ت ص$
٦) $\frac{(٣+ت)(٣-ت)}{٢+ت}=س+ص ت$

٦

إذا كان $س=\frac{١-٢ت}{١-٣ت}$ ، $ص=\frac{٢-ت}{٣-ت}$

فاثبت أن س ، ص مترافقان

٨ اختر العدد ت ، -ت كل منهما

أ) مقدار حقيقي
ب) مقدار تخيلي
جـ) مقدار تخيلي مترافق
د) غير ذلك

على فكرة كل منهما مقدار تخيلي ومترافق ومعكوس جمعي كل منهما للآخر

الدرس الثالث تحديد نوع جذرى المعادلة التربيعية

فى المعادلة أ س^{٢} + ب س + جـ = ٠

المميز	ب^{٢} - ٤ أ جـ > ٠ المميز موجب	ب^{٢} - ٤ أ جـ = ٠ المميز = صفر	ب^{٢} - ٤ أ جـ < ٠ المميز سالب
نوع الجذرين	حقيقيان مختلفان	حقيقيان متساويان	مركبان مترافقان وغير حقيقيين
الرســـم			

مثال : حدد نوع جذرى المعادلة دون حلها	تدريب : حدد نوع جذرى المعادلة دون حلها
١) س^{٢} ـ ١٠ س + ١٠ = ٠ الحـــــل أ = ١ & ب = - ١٠ & جـ = ١٠ المميز ب^{٢} - ٤ أ جـ = (-١٠)^{٢} ـ ٤ × ١ × ١٠ = ٦٠ (يعنى موجب) ∴ الجذران حقيقيان مختلفان .	١) س^{٢} ـ ٣ س + ٥ = ٠ الحـــــل أ = & ب = & جـ = المميز ب^{٢} - ٤ أ جـ =
٢) س^{٢} ـ ٦ س + ٩ = ٠ الحـــــل أ = ١ & ب = - ٦ & جـ = ٩ المميز ب^{٢} - ٤ أ جـ = (-٦)^{٢} ـ ٤ × ١ × ٩ = ٠ ∴ الجذران حقيقيان متساويان .	١) س^{٢} + ١٠ س + ٢٥ = ٠ الحـــــل أ = & ب = & جـ = المميز ب^{٢} - ٤ أ جـ =

٣) س^{٢} – ٣ س + ٥ = ٠

الحـــــل

أ = ١ & ب = -٣ & جـ = ٥

المميز ب^{٢}-٤أ جـ =

(-٣)^{٢} – ٤ × ١ × ٥ = - ١١ (يعنى سالب)

∴ الجذران مركبان وغير حقيقيين .

٣) س^{٢} – ٣ س + ٤ = ٠

الحـــــل

أ= & ب = & جـ =

المميز ب^{٢}-٤أ جـ =

٤) (س – ١١) – س (س – ٦) = ٠

الحـــــل

هنفك الاقواس ونعدلها الاول تمام ؟

س – ١١ – س ^{٢} + ٦ س = ٠

- س^{٢} + ٧ س – ١١ = ٠ كدة جاهزة

أ = - ١ & ب = ٧ & جـ = - ١١

المميز ب^{٢}-٤أ جـ =

(٧)^{٢} – ٤×(- ١) × (- ١١) = ٥

∴ الجذران حقيقيان مختلفان .

٤) ٦ س^{٢} = ١٩ س – ١٥

الحـــــل

هنعديهم فى طرف واحد ونخليها معادلة صفرية

٦ س^{٢} – ١٩ س + ١٥ = ٠ كدة جاهزة

أ= & ب = & جـ =

المميز ب^{٢}-٤أ جـ =

أثبت أن جذرى المعادلة

١) ٧ س^{٢} – ١١ س + ٥ = ٠ مركبان وغير حقيقيين ثم أوجد الجذرين بإستخدام القانون العام

الحـــــل

أ = ٧ & ب = - ١١ & جـ = ٥

المميز ب^{٢} - ٤أ جـ =

(-١١)^{٢} – ٤×٧×٥ = - ١٩ (كمية سالبة)

∴ الجذران مركبان وغير حقيقيين .

أثبت أن جذرى المعادلة

١) ٢ س^{٢} – ٣ س + ٢ = ٠ مركبان وغير حقيقيين ثم أوجد الجذرين بإستخدام القانون العام

الحـــــل

أ= & ب = & جـ =

المميز ب^{٢} - ٤أ جـ =

لايجاد الجذرين باستخدام القانون العام

لايجاد الجذرين باستخدام القانون العام $س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^٢ - ٤ أ جـ}}{٢ أ} = \frac{١١ \pm \sqrt{- ١٩}}{١٤}$ $\frac{١١ \pm \sqrt{١٩} ت}{١٤}$ ∴ الجذران هما $\frac{١١ + \sqrt{١٩} ت}{١٤}$ ، $\frac{١١ - \sqrt{١٩} ت}{١٤}$	$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^٢ - ٤ أ جـ}}{٢ أ} =$ ∴ الجذران هما ،

سؤال بسيط أمتى الجذران يكونوا متساويان ؟ طبعاً لما المميز = صفر مظبوط ؟ تعالوا نشوف الفكرة دى كمان

مثال : أوجد قيمة ك التى تجعل الجذران متساويان	تدريب: أوجد قيمة ك التى تجعل الجذران متساويان
① $٣ س^٢ - ٦ س + ك = ٠$ **الحـــــــل** أ = ٣ & ب = - ٦ & جـ = ك ∵ الجذران متساويان ∴ المميز $ب^٢ - ٤ أ جـ = ٠$ $(-٦)^٢ - ٤ \times ٣ \times ك = ٠$ $٣٦ - ١٢ ك = ٠$ $- ١٢ ك = - ٣٦ \Leftarrow ك = \frac{-٣٦}{-١٢} = ٣$	① $٢ س^٢ + ك س + ٥ = ٠$ **الحـــــــل** أ = & ب = & جـ = المميز $ب^٢ - ٤ أ جـ = ٠$

مثال : أوجد قيمة ك التى تجعل الجذران متساويان :

$س^٢ + ٢ (ك - ١) س + (٢ ك + ١) = ٠$ **ثم أوجد الجذرين**

الحـــــــل

أ = ١ & ب = ٢ (ك - ١) & جـ = (٢ ك + ١) ∵ الجذران متساويان

∴ المميز $ب^٢ - ٤ أ جـ = ٠$ $[٢ (ك - ١)]^٢ - [٤ \times ١ \times (٢ ك + ١)] = ٠$

[(٢ك - ٢)]^{٢} – ٤ [(٢ك + ١)] = ٤ك^{٢} – ٨ك + ٤ – ٨ك - ٤ = ٠

٤ك^{٢} – ١٦ك = ٠ ⟸ ٤ك (ك - ٤) = ٠

إما ك = ٠ وتكون المعادلة	و إما ك = ٤ وتكون المعادلة
س^{٢} – ٢ س + ١ = ٠	س^{٢} + ٦ س + ٩ = ٠
(س – ١)(س – ١) = ٠	(س + ٣)(س + ٣) = ٠
الجذران هما ١ ، ١	الجذران هما -٣ ، -٣

③ مثال: أوجد قيمة ك التى تجعل جذرى المعادلة س^{٢} + ٤ س + ك = ٠ حقيقيان مختلفان

الحـــــــل

أ = ١ & ب = ٤ & جـ = ك

∵ الجذران حقيقيان مختلفان ∴ المميز > ٠

ب^{٢}-٤أجـ > ٠ ⟸ (٤)^{٢} – ٤×١×ك > ٠

١٦ – ٤ك > ٠ ⟸ – ٤ك > – ١٦

ك < $\frac{-١٦}{-٤}$ ك < ٤ ∴ ك ∈]-∞، ٤[

③ تدريب: أوجد قيمة ك التى تجعل المعادلة ك س^{٢} – ٨ س + ١٦ = ٠ ليس لها حل فى ح

يعنى الجذران مركبان وغير حقيقين

الحـــــــل

أ = & ب = & جـ =

المميز ب^{٢}-٤أجـ < ٠

ملحوظة هامة إذا كانت المعاملات أ ، ب ، جـ أعداد نسبية والمميز مربع كامل فإن الجذران حقيقيان نسبيان

مثال : إذا كان ل ، م عددين نسبيين فاثبت أن جذرى المعادلة ل س^{٢} + (ل – م) س – م = ٠ عددان نسبيان

الحـــــــل

أ = ل & ب = ل – م & جـ = –م

ب^{٢}-٤أجـ = (ل – م)^{٢} – ٤ × ل × (-م)

= ل^{٢} – ٢ل م + م^{٢} + ٤ل م = ل^{٢} + ٢ل م + م^{٢}

(ل + م)^{٢} ⟸ مربع كامل ∴ الجذران نسبيان

تدريب: إذا كان ل ، م عددين نسبيين فاثبت أن جذرى المعادلة ل س^{٢} + م س + م – ل = ٠ عددان نسبيان

الحـــــــل

مثال / اختر

① إذا كان $أ س^2 + ب س + حـ = 0$ وكان المميز $ب^2 - 4 أ جـ > 0$ فإن الجذران

(أ) حقيقيان مختلفان (ب) مركبان وغير حقيقيان
(جـ) حقيقيان متساويان (د) غير ذلك

② إذا كان $ب^2 - 4 أ جـ = 0$ فإن الجذران

(أ) حقيقيان متساويان (ب) حقيقيان مختلفان
(جـ) مركبان غير حقيقيان (د) غير ذلك

③ إذا كان $ب^2 - 4 أ جـ < 0$

(أ) مركبان مترافقان (ب) حقيقيان متساويان
(جـ) حقيقيان مختلفان (د) غير ذلك

④ إذا كان المميز $ب^2 - 4 أ جـ$ غير سالب فإن الجذران

(أ) حقيقيان متساويان (ب) حقيقيان مختلفان
(جـ) حقيقيان (د) مركبان وغير حقيقيان

غير سالب يعني موجب أو صفر
حقيقيان مختلفان أو متساويان

⑤ جذرى المعادلة $س^2 - 2.5 س + 1 = 0$

(أ) حقيقيان نسبيان (ب) غير حقيقيين
(جـ) حقيقيان متساويان (د) حقيقيان غير نسبيان

الواجب

① حدد نوع جذرى كل من المعادلات التالية

1. $س^2 + 7 س - 10 = 0$
2. $س^2 - 6 س + 9 = 0$
3. $س^2 + 3 س + 5 =$
4. $- س^2 + 5 س - 30 = 0$
5. $3 س^2 + 10 س - 4 = 0$
6. $س^2 - 11 س + 10 = 0$
7. $4 - 2 س = 5 س^2$
8. $س (س - 2) = 5$
9. $(س - 11) - س (س - 6) = 0$

② أوجد قيم ل التى تجعل للمعادلة $5 س^2 + 4 س + ل = 0$

1. جذرين حقيقين متساويين.
2. جذرين حقيقين مختلفين
3. جذرين مركبين وغير حقيقين

③ اثبت ان جذرى المعادلة $7 س^2 - 11 س + 5 = 0$ مركبان وغير حقيقين ثم بإستخدام الحاسبة

بالآلة

الدرس الرابع
العلاقة بين جذري المعادلة التربيعية ومعاملات حدودها

أ س² + ب س + جـ = ٠

① مجموع الجذرين = $\frac{-\text{معامل س}}{\text{معامل س}^2}$ = $\frac{-ب}{أ}$

② حاصل ضرب الجذرين = $\frac{\text{الحد المطلق}}{\text{معامل س}^2}$ = $\frac{جـ}{أ}$

الفكرة الاولى
مباشرة

مثال ١ دون حل المعادلات التالية أوجد مجموع وحاصل ضرب الجذرين.

---

① س² + ٥ س + ٤ = ٠

الحل

أ = ١ ب = ٥ جـ = ٤

مجموع الجذرين = $\frac{-ب}{أ}$ = $\frac{-٥}{١}$ = -٥

حاصل ضرب الجذرين = $\frac{جـ}{أ}$ = $\frac{٤}{١}$ = ٤

② ٢ س² + ٥ س - ١٢ = ٠

الحل

أ = ٢ ب = ٥ جـ = -١٢

مجموع الجذرين = $\frac{-ب}{أ}$ = $\frac{-٥}{٢}$

حاصل ضرب الجذرين = $\frac{جـ}{أ}$ = $\frac{-١٢}{٢}$ = -٦

---

③ ٣ س² = ٣٢ س - ٣٠

الحل

هنضبط المعادلة

٣ س² - ٣٢ س + ٣٠ = ٠

أ = ٣ ب = -٣٢ جـ = ٣٠

مجموع الجذرين = $\frac{-ب}{أ}$ = $\frac{٣٢}{٣}$

حاصل ضرب الجذرين = $\frac{جـ}{أ}$ = $\frac{٣٠}{٣}$ = ١٠

الفكرة الثانية

مثال إذا كان مجموع جذري المعادلة ٢ س² + ب س - ٥ = ٠ . هو $\frac{-٣}{٢}$ فأوجد قيمة ب ثم حل المعادلة فى ح

الحل

أ = ٢ ب = ب جـ = -٥

∵ مجموع الجذرين = $\frac{-٣}{٢}$ = $\frac{-ب}{أ}$ = $\frac{-ب}{٢}$

∴ -ب = -٣

∴ **ب = ٣**

∴ المعادلة هي $٢س^{٢} + ٣س - ٥ = ٠$

$أ = ٢$ $ب = ٣$ $جـ = -٥$

∴ باستخدام القانون العام $س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤أجـ}}{٢أ}$

$= \frac{-٣ \pm \sqrt{٩ + ٤٠}}{٤} = \frac{-٣ \pm ٧}{٤}$

$\left\{ \frac{-٣ + ٧}{٤} ، \frac{-٣ - ٧}{٤} \right\} = \left\{ ١ ، \frac{-٥}{٢} \right\}$

كان من الممكن ان نحلها بالمقص

أو بالطريقة اللى بنتغلب بيها على المقص

هشرحهالك علشان تفهمها بس للخفوات

$٢س^{٢} + ٣س - ٥ = ٠$

$س^{٢} + ٣س - ١٠ = ٠$

$(س - \frac{٢}{٢})(س + \frac{٥}{٢}) = ٠$

$س = ١$ أو $س = \frac{-٥}{٢}$

مثال ٣ إذا كان حاصل ضرب جذري المعادلة $٢س^{٢} - ٤س + ل = ٠$ هو $\frac{٩}{٢}$ أوجد قيمة ل ثم حل في مجموعة الأعداد المركبة

الحل

∴ حاصل ضرب الجذرين $= \frac{٩}{٢} = \frac{ل}{٢}$

∴ $ل = ٩$

∴ المعادلة هي $٢س^{٢} - ٤س + ٩ = ٠$

$أ = ٢$ $ب = -٤$ $جـ = ٩$

$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤أجـ}}{٢أ}$

$= \frac{٤ \pm \sqrt{(-٤)^{٢} - ٤ \times ٢ \times ٩}}{٢ \times ٢} = \frac{٤ \pm \sqrt{-٥٦}}{٤}$

$= \frac{٤ \pm \sqrt{٥٦}\,ت}{٤} = \left\{ ١ + \frac{\sqrt{١٤}}{٢}ت ، ١ - \frac{\sqrt{١٤}}{٢}ت \right\}$

مثال ٤ إذا كان $س = -١$ أحد جذري المعادلة $س^{٢} - ٢س + أ = ٠$ فأوجد قيمة أ والجذر الآخر.

الحل

بالتعويض عن $س = -١$

$(-١)^{٢} - ٢(-١) + أ = ٠$

$١ + ٢ + أ = ٠$ ∴ $أ + ٣ = ٠$

∴ $أ = -٣$

∴ المعادلة $س^{٢} - ٢س - ٣ = ٠$

$(س + ١)(س - ٣) = ٠$

$س = -١$ $س = ٣$

∴ الجذر الآخر $= ٣$

مثال ٥ إذا كان ٢ ، ٥ جذري المعادلة $س^{٢} + أس + ب = ٠$ فأوجد قيمة أ ، ب

الحل

مجموع الجذرين $= ٧$ ∴ $\frac{-أ}{١} = ٧$

∴ $-أ = ٧$ ∴ $أ = -٧$

، ∵ حاصل ضرب الجذرين = ج/أ = ب = ١٠

∴ ب = ١٠

مثال ٦ إذا كان √٣ ت ، -√٣ ت جذري المعادلة س² + أ س + ب = ٠ فأوجد قيمتي أ ، ب

الحل

مجموع الجذرين = √٣ ت + (-√٣ ت) = صفر

حاصل ضرب الجذرين = √٣ ت × -√٣ ت = -٣ت²

= -٣ × (-١) = ٣

∴ -أ/١ = صفر ∴ أ = صفر

ب/١ = ٣ ∴ ب = ٣

الفكرة الثالثة

سؤال بسيط

* متى يكون مجموع عددين = صفر

ج / إذا كان كل منهما معكوس جمعي للآخر.
في المعادلة معناها أن معامل س = صفر

* ومتى يكون حاصل ضرب عددين = ١

ج / إذا كان كل منهما معكوس ضربي للآخر
في المعادلة معناها أن الحد المطلق = معامل س²

ج = أ

مثال ٧ أوجد قيمة ك إذا كان أحد الجذرين معكوس جمعي للآخر

أ) س² + (ك - ٥) س + ٣ = ٠

ك - ٥ = ٠ ∴ ك = ٥

ب) س² + (٤ + ك) س - ٢ = ٠

٤ + ك = ٠ ∴ ك = -٤

ج) س² + ك س - ١ = ٠

ك = ٠

مثال ٨ أوجد قيمة ك التي تجعل أحد الجذرين معكوس ضربي للآخر.

أ) ٢س² - ٥س + ك = ٠

ك = ٢

ب) ٤ك س² + ٧س + ك² + ٤ = ٠

ك² + ٤ = ٤ك

ك² - ٤ك + ٤ = ٠ ⟸ (ك - ٢)² = ٠

∴ ك - ٢ = ٠ ∴ ك = ٢

ج) (ك - ٤) س² - ٥س - ٣ = ٠

ك - ٤ = -٣

ك = -٣ + ٤ = ١

∴ ك = ١

اختر

١ إذا كان أحد جذري المعادلة $٢س^٢ - ب س + ٧ = ٠$ معكوساً جمعياً للآخر فإن ب = ...

(أ) ٢ (ب) -٢ (ج) $\frac{٧}{٢}$ (د) صفر

٢ إذا كان أحد جذري المعادلة $أ س^٢ - ٣ س + ٢ = ٠$ معكوساً ضربياً للآخر فإن أ = ...

(أ) $\frac{١}{٣}$ (ب) $\frac{١}{٢}$ (ج) ٢ (د) ٣

٣ إذا كان $س^٢ + (ك - ٥) س - ٤ = ٠$ أحد جذريها معكوساً جمعياً للآخر فإن ك = ...

(أ) ١ (ب) -٥ (ج) ٥ (د) -٤

٤ لإيجاد قيم ب ، جـ الحقيقية في المعادلة $س^٢ + ب س + جـ = ٠$ يكون كافياً الحصول على ....

(أ) مجموع الجذرين = ٦ فقط (ب) أحد الجذرين (٣+ت) فقط
(ج) (أ) ، (ب) معاً (د) ولا حاجة من اللي فات

ليه ← إذا كان أحد الجذرين مركب فإن الآخر هو المرافق له وكده هنجيب مجموعهم وحاصل ضربهم وكل حاجة.

٥ إذا كان الشكل المقابل يمثل منحنى الدالة $د(س) = أ س^٢ + ب س + جـ$ فإن $\frac{ب+جـ}{أ} = ...$

ص ، س ، س' ، ص' ، ٢ ، ٥

(أ) ٣ (ب) ٥ (ج) ٧ (د) ١٠

من الشكل الجذران هما ٥ ، ٢ مجموعهما ٧ وضربهما ١٠

$\frac{-ب}{أ} = ٧ \quad ∴ \frac{ب}{أ} = -٧ \quad ، \frac{جـ}{أ} = ١٠$

$\frac{ب+جـ}{أ} = \frac{ب}{أ} + \frac{جـ}{أ} = -٧ + ١٠ = ٣$

(أبو أدهم)

٦ حاصل ضرب جذور المعادلات
$أ س^٢ + ب س + جـ = ٠$
$ب س^٢ + جـ س + أ = ٠$
$جـ س^٢ + أ س + ب = ٠$ يساوي

(أ) أ ب جـ (ب) -١ (ج) ١ (د) صفر

$\frac{جـ}{أ} \times \frac{أ}{ب} \times \frac{ب}{جـ} = ١$

٧ في المعادلة $أ س^٢ + ب س + جـ = ٠$ إذا كان مجموع جذريها = حاصل ضربهما فإن ب = ...

(أ) أ (ب) -أ (ج) جـ (د) -جـ

$\frac{-ب}{أ} = \frac{جـ}{أ} \quad ∴ -ب = جـ \quad ∴ ب = -جـ$



إذا كان أحد جذري المعادلة هو عدد مركب فإن الجذر الآخر يكون مرافقه

مثال ٩ إذا كان $(١+\sqrt{٢}\,ت)$ أحد جذري المعادلة $س^٢ - ٢س + جـ = ٠$ فأوجد قيمة

① الجذر الآخر

② قيمة جـ

الحل

① ∵ الجذر الأول $(١+\sqrt{٢}\,ت)$

∴ الجذر الآخر $= (١-\sqrt{٢}\,ت)$

② ∵ حاصل ضرب الجذرين $= \frac{جـ}{١} = جـ$

$(١+\sqrt{٢}\,ت)(١-\sqrt{٢}\,ت)$

$= ١ - ٢ت^٢ = ١ - ٢(-١) = ١+٢ = ٣$

∴ جـ = ٣



① دون حل المعادلة أوجد مجموع وحاصل ضرب الجذرين .

① $س^٢ - ٥س + ٧ = ٠$

② $٢س^٢ - ٣س + ١٤ = ٠$

③ $٥س^٢ = ٢٠س - ٧$

④ $(٣س - ٢)(س + ١) = ٠$

② إذا كان حاصل ضرب جذري المعادلة $٣س^٢ + ١٠س - جـ = ٠$ هو $\frac{-٨}{٣}$ فأوجد قيمة جـ ثم حل في الأعداد المركبة .

③ أوجد قيمة م إذا كان وأوجد الجذر الآخر

① $س = ٣$ أحد جذري المعادلة $س^٢ - ٥س + م = ٠$

② $(١+ت)$ أحد جذري المعادلة $س^٢ - ٢س + م = ٠$

④ أوجد قيمة ك إذا كان أحد الجذرين معكوس جمعي للآخر

① $س^٢ - (ك-٣)س + ٧ = ٠$

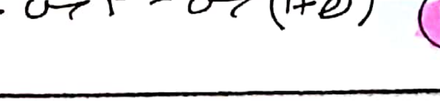
② $٣س^٢ + (ك^٢-١)س + ٤ = ٠$

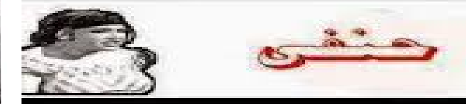
⑤ أوجد قيمة ك إذا كان الجذران معكوسان ضربيان

① $٣س^٢ - ٥س + ك = ٠$

② $٢س^٢ - ٤س + (ك-٣) = ٠$

③ $(ك+١)س^٢ - ٣س + (٢ك-٣) = ٠$







الدرس الخامس
تكوين المعادلة إذا علم جذراها

إذا كان ل ، م هما جذرا المعادلة

∴ مجموع الجذرين = ل + م

حاصل ضرب الجذرين = ل م

و المعادلة هي

س٢ - (مجموع الجذرين) س + حاصل ضرب الجذرين = ٠

الفكرة الأولى
مباشرة

مثال ١ كون المعادلات التي جذراها.

١ ٢ ، ٣

الحل

مجموع الجذرين = ٢ + ٣ = ٥

حاصل ضرب // = ٢ × ٣ = ٦

∴ المعادلة هي س٢ - ٥ س + ٦ = ٠

٢ ٢ ، -٥

الحل

مجموع الجذرين = ٢ + (-٥) = -٣

حاصل ضرب // = ٢ × -٥ = -١٠

∴ المعادلة س٢ + ٣ س - ١٠ = ٠

٣ ٥ + ت٢ ، ٥ - ت٢

الحل

مجموع الجذرين = ٥ + ت٢ + ٥ - ت٢ = ١٠

حاصل ضرب الجذرين = (٥ + ت٢) (٥ - ت٢)

= ٢٥ - ٢ = ٢٣

∴ المعادلة هي س٢ - ١٠ س + ٢٣ = ٠

٤ ٣ + ت ، ٣ - ت

الحل

مجموع الجذرين = ٣ + ت + ٣ - ت = ٦

حاصل ضربهما = (٣ + ت)(٣ - ت) = ٩ - ت٢

= ٩ - (-١) = ٩ + ١ = ١٠

∴ المعادلة هي س٢ - ٦ س + ١٠ = ٠

الفكرة الثانية
تكوين معادلة من معادلة أخرى معلومة

الخطوات

١ من المعادلة المعلومة هنجيب ل + م ، ل م

٢ والجديدين نعوض بيهم في جذور المعادلة المطلوب

٣ وبعدكده نكون المعادلة بدلالة الجذور الجديدة

وانتوا عاملين أيه ؟

مثال ٢ إذا علمت أن ل ، م هما جذرا المعادلة $س^٢ - ٥س - ٦ = ٠$ فكون المعادلة التي جذراها ل+٢ ، م+٢

الحل

* من المعادلة المعلومة

ل+م = ٥ ، ل م = −٦

* من المعادلة المطلوبة

● مجموع الجذرين = ل+٢+م+٢ = ل+م + ٤

= ٥ + ٤ = ٩

● حاصل ضرب الجذرين = (ل+٢)(م+٢)

= ل م + ٢ل + ٢م + ٤

= ل م + ٢(ل+م) + ٤

= −٦ + (٢×٥) + ٤ = ٨

* ∴ المعادلة المطلوبة هي

$س^٢ - ٩س + ٨ = ٠$

مثال ٣ إذا كان ل ، م هما جذرا المعادلة $س^٢ - ٥س + ٣ = ٠$. فأوجد المعادلة التي جذورها ٢ل ، ٢م

الحل

* من المعادلة المعلومة

ل+م = ٥ ، ل م = ٣

* المعادلة المطلوبة

● مجموع الجذرين = ٢ل + ٢م = ٢(ل+م)

= ٢×٥ = ١٠

● وحاصل ضرب الجذرين = ٢ل × ٢م = ٤ ل م

= ٤ × ٣ = ١٢

* المعادلة هي $س^٢ - ١٠س + ١٢ = ٠$

مثال ٤ إذا كان ل ، م هما جذرا المعادلة $س^٢ - ٣س + ١ = ٠$ فكون المعادلة التي جذراها ل+م ، ل م

الحل

* من المعادلة المعلومة

ل+م = ٣ ، ل م = ١

لاحظ جيداً

أن الجذور المطلوبة هي ل+م ، ل م

∴ جذور المعادلة المطلوبة = ٣ ، ١

● مجموع الجذرين = ٣ + ١ = ٤

● حاصل ضرب الجذرين = ٣×١ = ٣

∴ المعادلة هي $س^٢ - ٤س + ٣ = ٠$

مثال ٥ إذا كان ل ، م هما جذرا المعادلة $س^٢ - ٧س + ٤ = ٠$ فكون المعادلة التي جذراها ل+١ ، م+١

الحل

حل انت يا شاطر

الفكرة الثالثة
مسائل اللف والدوران

احفظ شوية التطابقات دى علشان هتنفعك مع مسائل كتير.

١) $ل^٢ + م^٢ = (ل + م)^٢ - ٢ ل م$

٢) $ل^٣ + م^٣ = (ل + م) [(ل + م)^٢ - ٣ ل م]$

٣) $ل^٣ - م^٣ = (ل - م) [(ل + م)^٢ - ل م]$

٤) $\frac{١}{ل} + \frac{١}{م} = \frac{م + ل}{ل م} = \frac{ل + م}{ل م}$

٥) $\frac{ل}{م} + \frac{م}{ل} = \frac{ل^٢ + م^٢}{ل م} = \frac{(ل + م)^٢ - ٢ ل م}{ل م}$

مثال ٦ إذا كان ل ، م هما جذرا المعادلة $س^٢ + ٣ س - ٥ = ٠$ تكون المعادلة التى جذراها $ل^٢$ ، $م^٢$

الحل

* من المعادلة المعلومة

$ل + م = -٣$ ، $ل م = -٥$

* المعادلة المطلوب

● مجموع الجذرين $= ل^٢ + م^٢ = (ل + م)^٢ - ٢ ل م$

$= (-٣)^٢ - ٢ \times (-٥)$

$= ٩ + ١٠ = ١٩$

● حاصل ضرب الجذرين $= ل^٢ م^٢ = (ل م)^٢$

$= (-٥)^٢ = ٢٥$

* ∴ المعادلة هى $س^٢ - ١٩ س + ٢٥ = ٠$

مثال ٧ إذا كان ل ، م هما جذرا المعادلة $س^٢ - ٥ س + ١ = ٠$ تكون المعادلة التى جذراها $ل^٢$ ، $م^٢$

الحل

* من المعادلة المعلومة

$ل + م = ٥$ ، $ل م = ١$

* المعادلة المطلوب $ل^٢$ ، $م^٢$

● مجموع الجذرين $= ل^٢ + م^٢ = (ل + م)^٢ - ٢ ل م$

$= (٥)^٢ - ٢ \times ١ = ٢٥ - ٢ = ٢٣$

● حاصل ضرب الجذرين $= ل^٢ \times م^٢ = (ل م)^٢$

$= (١)^٢ = ١$

∴ المعادلة هى $س^٢ - ٢٣ س + ١ = ٠$

مثال ٨ كون المعادلة التربيعية التى كل من جذريها = مربع نظيرة من جذرى المعادلة $س^٢ + ٣ س + ٥ = ٠$

الحل

المعلوم $ل + م = -٣$ ، $ل م = ٥$

المطلوب $ل^٢$ ، $م^٢$ [مربع نظيره]

مجموع الجذرين $= ل^٢ + م^٢ = (ل + م)^٢ - ٢ ل م = -١$

حاصل ضرب الجذرين $= ل^٢ م^٢ = (ل م)^٢ = ٢٥$

∴ المعادلة هى $س^٢ + س + ٢٥ = ٠$

ملاحظات لحل المسائل اللفظية

إذا كان الجذران ل ، م
فكون المعادلة التي جذراها

1. مربع نظيره: $ل^٢$ ، $م^٢$
2. مكعب نظيره: $ل^٣$ ، $م^٣$
3. ضعف نظيره: ٢ل ، ٢م
4. نصف نظيره: $\frac{ل}{٢}$ ، $\frac{م}{٢}$
5. يزيد عن نظيره بمقدار ١: ل+١ ، م+١
6. ينقص عن نظيره بمقدار ٢: ل-٢ ، م-٢
7. ثلاثة امثال نظيره: ٣ل ، ٣م

مثال ٩: كون المعادلة التي كل من جذريها يزيد بمقدار ١ عن كل من جذري المعادلة $س^٢ - ٧س - ٩ = ٠$

الحل

نفرض أن جذور المعادلة المعلومة هي ل ، م

∴ ل+م = ٧ ، ل م = -٩

∴ جذور المعادلة المطلوبة هي ل+١ ، م+١

- مجموع الجذرين = ل+١+م+١ = ل+م+٢
= (ل+م) + ٢ = ٧ + ٢ = ٩
- حاصل ضرب الجذرين = (ل+١) × (م+١)
= ل م + ل + م + ١
= (ل م) + (ل+م) + ١

= -٩ + ٧ + ١ = -١

∴ المعادلة هي $س^٢ - ٩س - ١ = ٠$

مثال ١٠: إذا كان ل ، م جذرا المعادلة $س^٢ - ٣س + ٢ = ٠$
فكون المعادلة التي جذراها $ل^٢م$ ، $لم^٢$

الحل

* من المعادلة المعطاة

ل+م = ٣ ، ل م = ٢

* المعادلة المراد تكوينها $ل^٢م$ ، $لم^٢$

- مجموع الجذرين = $ل^٢م + لم^٢$
= (ل+م)[$(ل+م)^٢$ - (٣ل م)]
= ٣ [٩ - ٣×٢] = ٣ [٩ - ٦]
= ٣ × ٣ = ٩
- حاصل ضرب الجذرين = $ل^٣م^٣ = (ل م)^٣$
= $(٢)^٣$ = ٨

* ∴ المعادلة هي $س^٢ - ٩س + ٨ = ٠$

مثال ١١: إذا كان ل ، م هما جذرا المعادلة $٢س^٢ - ٣س - ١ = ٠$
فكون المعادلة التي جذراها

1. $\frac{١}{ل}$ ، $\frac{١}{م}$
2. $\frac{ل}{م}$ ، $\frac{م}{ل}$
3. ل+م ، ل م

جذور المعادلة المعطاة ل ، م

ل + م = $\frac{3}{2}$ ، ل م = $\frac{-1}{2}$

(1) $\frac{1}{ل}$ ، $\frac{1}{م}$

مجموع الجذرين = $\frac{ل+م}{ل م}$ = $\frac{3}{2} \div \frac{-1}{2}$

= $\frac{3}{2} \times \frac{-2}{1}$ = -3

حاصل ضرب الجذرين = $\frac{1}{ل} \times \frac{1}{م}$ = $\frac{1}{ل م}$

= $1 \div \left(\frac{-1}{2}\right)$ = -2

∴ المعادلة هي س² + ٣س − ٢ = ٠

(2) $\frac{ل}{م}$ ، $\frac{م}{ل}$

مجموع الجذرين = $\frac{ل}{م} + \frac{م}{ل}$ = $\frac{ل^2 + م^2}{ل م}$

= $\frac{(ل+م)^2 - 2ل م}{ل م}$ = $\frac{\left(\frac{3}{2}\right)^2 - 2 \times \left(\frac{-1}{2}\right)}{\left(\frac{-1}{2}\right)}$

= $\frac{-13}{2}$

حاصل ضرب الجذرين = $\frac{ل}{م} \times \frac{م}{ل}$ = 1

∴ المعادلة هي س² + $\frac{13}{2}$ س + ١ = ٠

بالضرب × ٢

٢س² + ١٣س + ٢ = ٠

(3) (ل + م) ، (ل م)

يعني $\frac{3}{2}$ ، $\frac{-1}{2}$

مجموع الجذرين = $\frac{3}{2} + \left(\frac{-1}{2}\right) = 1$

حاصل ضرب الجذرين = $\frac{3}{2} \times \frac{-1}{2} = \frac{-3}{4}$

∴ المعادلة س² − س − $\frac{3}{4}$ = ٠ × ٤

٤س² − ٤س − ٣ = ٠

مثال ١٢ إذا كان ل+١ ، م+١ هما جذرا المعادلة س² + ٥س + ٢ = ٠

فكون المعادلة التي جذراها ل ، م

الحل

المعادلة المعطاة (ل+١) ، (م+١)

مجموع الجذرين = ل+١+م+١ = ل+م+٢

∴ ل+م+٢ = −٥ ∴ **ل+م = −٧**

حاصل ضرب = (ل+١)(م+١)

= ل م + ل + م + ١ = ل م − ٧ + ١ = ٢

ل م − ٦ = ٢ **ل م = ٨**

المعادلة المطلوب

جذراها ل ، م

مجموع = ل+م = −٧

وحاصل ضرب = ل م = ٨

∴ المعادلة هي س² + ٧س + ٨ = ٠

ان لم تتألم لن تتعلم

اختر

١) المعادلة التربيعية التي مجموع جذريها -١ وحاصل ضربهما -٣ هي ....

(أ) س^٢ - س - ٣ = ٠ (ب) س^٢ + س + ٣ = ٠

(جـ) س^٢ - س + ٣ = ٠ (د) س^٢ + س - ٣ = ٠

٢) المعادلة التربيعية التي جذراها ٣ ، -٥ هي ....

(أ) س^٢ + ٢س - ١٥ = ٠ (ب) س^٢ - ٢س - ١٥ = ٠

(جـ) س^٢ - ٢س + ١٥ = ٠ (د) س^٢ + ٢س + ١٥ = ٠

٣) إذا كان ل ، ل^٢ هما جذرا المعادلة
٢س^٢ + ب س + ٥٤ = ٠ فإن ب = ...

(أ) -١٢ (ب) -٢٤ (جـ) ٢٧ (د) ٣٦

حاصل ضربهما ل^٣ = ٥٤/٢ = ٢٧ ل = ٣

مجموعهما ٣ + ٩ = ١٢ -ب/٢ = ١٢ ∴ ب = -٢٤

٤) إذا كان م ، ٢/م هما جذرا المعادلة
أ س^٢ + ب س + ١٢ = ٠ فإن أ = ...

(أ) ٣ (ب) ٥ (جـ) ٦ (د) ٩

حاصل ضربهما م × ٢/م = ٢ ١٢/أ = ٢ أ = ٦

٥) إذا كان ل ، م هما جذرا المعادلة
س^٢ - ٥س + ٦ = ٠ فإن
ل^٢ - ٥ل = ...

(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٦ (د) -٦

∵ ل جذر للمعادلة ∴ بوضع ل بدلاً من س
ل^٢ - ٥ل + ٦ = ٠ ∴ ل^٢ - ٥ل = -٦

٦) إذا كان ل ، م هما جذرا المعادلة
س^٢ - ٩س + ١ = ٠ فإن ل^٢ - ٩ل + ٥ = ...

(أ) ٤ (ب) ١ (جـ) -١ (د) ٩

بوضع ل بدلاً من س ∴ ل^٢ - ٩ل + ١ = ٠

∴ ل^٢ - ٩ل = -١ المقدار المطلوب ل^٢ - ٩ل + ٥

= -١ + ٥ = ٤

٧) إذا كان ل ، م هما جذرا المعادلة
س^٢ - (ظا θ) س - ١ = ٠ وكان ل^٢ + م^٢ = ٣
حيث ٠ < θ < ٩٠° فإن θ = ...

(أ) $\frac{\pi}{12}$ (ب) $\frac{\pi}{6}$ (جـ) $\frac{\pi}{4}$ (د) $\frac{\pi}{3}$

(ل + م)^٢ - ٢ل م = ٣ (ل + م)^٢ + ٢ = ٣

(ل + م)^٢ = ١ ل + م = ±١ السالب مرفوض

ظا θ = ١ ∴ θ = ٤٥° لأن θ حادة

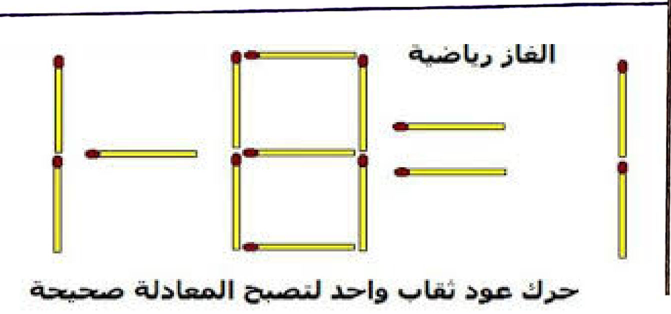
٨) لتكوين المعادلة التربيعية التي جذراها
٤ ل ، ٤ م حيث ل ، م أعداد حقيقية يكون كافياً
الحصول على

(أ) ل + م = ٥ فقط

(ب) (ل + م + ٤)^٢ + (ل م - ٣)^٢ = ٠ فقط

(جـ) أ ، ب معاً

(د) ولا واحدة مما سبق







كون المعادلة التى جذراها

(١) ١ ، ٣
(٢) -٥ ، ٤
(٣) ٢ ، -٧
(٤) $\frac{٣}{٢}$ ، $\frac{١}{٢}$
(٥) $١-\sqrt{٣}$ ، $١+\sqrt{٣}$
(٦) $١+\sqrt{٢}$ ، $١-\sqrt{٢}$
(٧) $-٥ت$ ، $٥ت$

٢ إذا كان ل ، م هما جذرا المعادلة $س^{٢} - ٧س + ١٢ = ٠$. فكون المعادلة التى جذراها

(١) $ل+١$ ، $م+١$
(٢) $ل-٢$ ، $م-٢$
(٣) $٢ل$ ، $٢م$
(٤) $ل^{٢}$ ، $م^{٢}$
(٥) $ل^{٣}$ ، $م^{٣}$
(٦) $\frac{١}{ل}$ ، $\frac{١}{م}$

٣ من المعادلة $س^{٢} - ٧س - ٩ = ٠$ كون المعادلة التى جذراها .

(١) ضعف نظيرها من المعادلة المعطاة
(٢) يزيد عن نظيره بمقدار ١
(٣) ينقص عن نظيره بمقدار ٣
(٤) مربع نظيره
(٥) مكعب نظيره
(٦) المعكوس الجمعى لنظيره
(٧) المعكوس الضربى لنظيره

٤ إذا كان ل ، م جذرى المعادلة $س^{٢} - ٧س + ٣ = ٠$ فأوجد المعادلة التى جذراها

(١) $٢ل$ ، $٢م$
(٢) $ل+٢$ ، $م+٢$
(٣) $\frac{٢}{ل}$ ، $\frac{٢}{م}$
(٤) $ل+م$ ، $ل م$
(٥) $ل^{٢}$ ، $م^{٢}$



= 30

= 18

= 2

= ??

الدرس السادس
بحث إشارة الدالة

أولاً الدالة الثابتة

د: د(س) = حـ ، حـ ∈ ح* هي نفس إشارة حـ

يعني إذا كان الثابت موجب تكون موجبة.
وإذا كان سالب تكون سالبة.

مثال ١ عين إشارة الدوال الثابتة

١) د(س) = ٥ ← موجبة دائماً

٢) د(س) = -٢ ← سالبة دائماً

٣) د(س) = ١/٤ ← موجبة دائماً

٤) د(س) = -√٣ ← سالبة دائماً

ثانياً الدالة الخطية

هنحل المعادلة ونحدد قيمة س
وعلى اليمين مثل والشمال عكس

مثال عين إشارة كلاً مما يلي

١) د(س) = ٣س + ٦

الحل

بوضع ٣س + ٦ = ٠ ، ٣س = -٦

س = -٦/٣ = -٢

-∞ ←——— (-٢) ——————→ ∞ س

- - - صفر + + + + + إشارة د(س)

عكس إشارة س ، مثل إشارة س

الدالة تكون

* موجبة عندما س > -٢ أو]-٢، ∞[
* سالبة عندما س < -٢ أو]-∞، -٢[
* د(س) = صفر عندما س = -٢

---

٢) د(س) = -٢س + ٨

الحل

بوضع -٢س + ٨ = ٠ ، -٢س = -٨

س = -٨/-٢ = ٤

عكس (٤) مثل

-∞ ←——— (٤) ——————→ ∞ س

+ + + صفر - - - - - إشارة د(س)

الدالة موجبة س < ٤ أو]-∞، ٤[

سالبة س > ٤ أو]٤، ∞[

د(س) = صفر عندما س = ٤

③ $د(س) = ٢س - ٣$

الحل

بوضع $٢س - ٣ = ٠$ ، $٢س = ٣$

$\therefore س = \frac{٣}{٢}$

اشارة د(س): عكس ــــــ ($\frac{٣}{٢}$ صفر) ++++++ مثل

موجبة عندما $س \in]\frac{٣}{٢} ، \infty[$

سالبة عندما $س \in]-\infty ، \frac{٣}{٢}[$

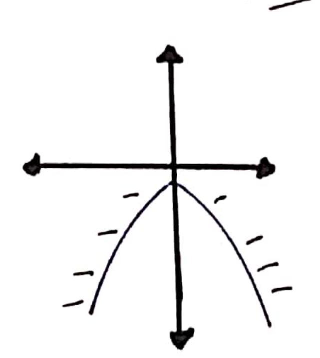
صفر عندما $س \in \{\frac{٣}{٢}\}$

ثالثاً الدالة التربيعية

هنشوف المميز

الحالة الأولى المميز سالب

$ب^٢ - ٤ أ جـ < ٠$



موجب دائماً — سالب دائماً

حسب اشارة معامل $س^٢$

مثال ٣ عين اشارة كلاً من الدوال التالية

① $د(س) = س^٢ + ٢س + ٥$

الحل

$أ = ١$ ، $ب = ٢$ ، $جـ = ٥$

$ب^٢ - ٤ أ جـ = (٢)^٢ - ٤(١ × ٥) = ٤ - ٢٠$

$= -١٦$ المميز سالب

$\therefore$ إشارة الدالة موجبة [مثل $س^٢$]

لجميع قيم $س \in ح$

② $د(س) = -س^٢ + ٢س - ٦$

الحل

$أ = -١$ ، $ب = ٢$ ، $جـ = -٦$

$ب^٢ - ٤ أ جـ = (٢)^٢ - ٤ × (-١)(-٦)$

$= ٤ - ٢٤ = -٢٠$ "سالب"

$\therefore$ اشارة د(س) سالبة لجميع قيم

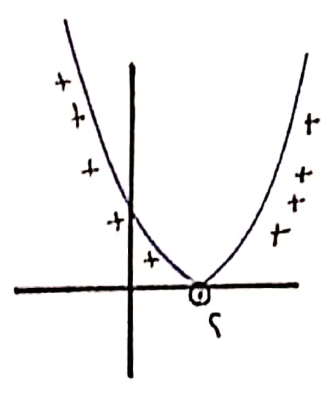
$س \in ح$



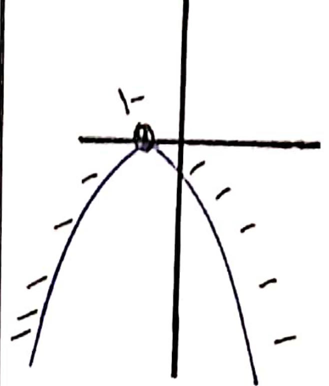
معلش هى أول 80 سنة من
حياة الإنسان بتبقى صعبة شوية
بس بعدها بيرتاح خالص



: المميز = صفر



موجبة س ∈ ح - {٢}



سالبة س ∈ ح - {-١}



ابحث اشارة كلاً من الدوال التالية

١) د(س) = س² - ٦س + ٩



أ = ١ ب = -٦ جـ = ٩

ب² - ٤أجـ = (-٦)² - ٤ × ١ × ٩

= ٣٦ - ٣٦ = صفر

∴ بحل المعادلة س² - ٦س + ٩ = ٠

(س - ٣)(س - ٣) = ٠

∴ س = ٣

س: ∞- ... ٣ ... ∞ (مثل ، مثل)

اشارة د(س): + + + + + ٠ + + + + +

الدالة موجبة فى ح - {٣}

د(س) = صفر عندما س ∈ {٣}

٢) د(س) = -س² + ٤س - ٤

الحل

أ = -١ ب = ٤ جـ = -٤

ب² - ٤أجـ = (٤)² - ٤(-١)(-٤)

= ١٦ - ١٦ = صفر

بحل المعادلة -س² + ٤س - ٤ = ٠

س² - ٤س + ٤ = ٠

(س - ٢)(س - ٢) = ٠

∴ س = ٢

∞- ... ٢ ... ∞ (مثل ، مثل)

- - - - - صفر - - - - - -

الدالة سالبة عندما س ∈ ح - {٢}

د(س) = صفر عندما س = ٢

٣) د(س) = (٢س - ٣)²

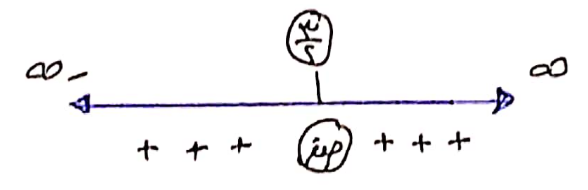
الحل

بوضع (٢س - ٣)² = ٠

∴ ٢س - ٣ = ٠ ٢س = ٣

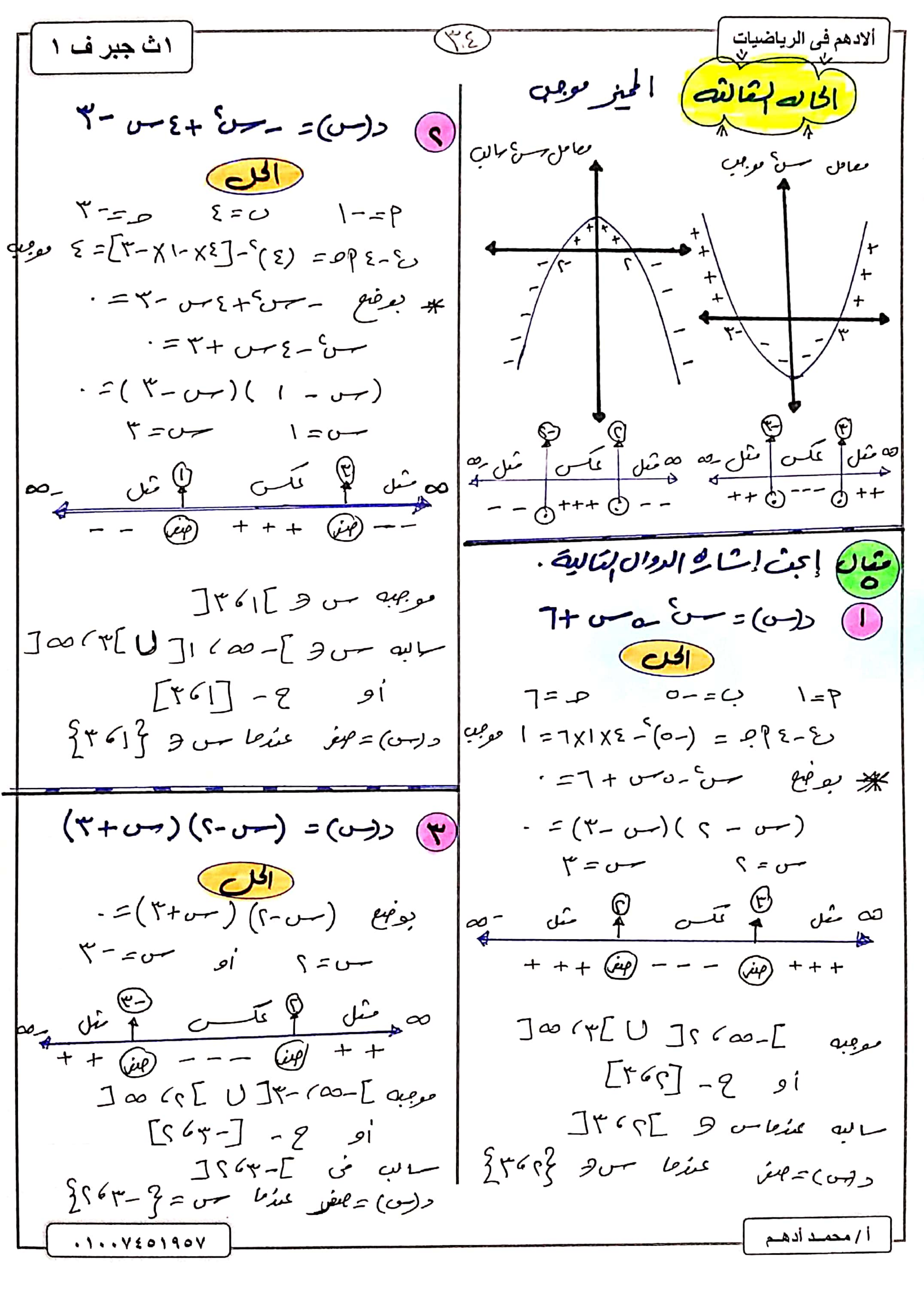
∴ س = $\frac{٣}{٢}$

والجذران حقيقيان متساويان



د(س) موجبة عندما س ∈ ح - {$\frac{٣}{٢}$}

د(س) = صفر عندما س = $\frac{٣}{٢}$



الحالة الثالثة   المميز موجب

مثال ٥: إبحث إشارة الدوال التالية.

(١) د(س) = س^2 - ٥س + ٦

الحل

أ = ١   ب = -٥   جـ = ٦

ع = ب^2 - ٤ أ جـ = (-٥)^2 - ٤ × ١ × ٦ = ١ موجب

* بوضع س^2 - ٥س + ٦ = ٠

(س - ٢)(س - ٣) = ٠

س = ٢   س = ٣

موجبة]-∞ ، ٢[∪]٣ ، ∞[

أو ح - [٢ ، ٣]

سالبة عندما س ∈]٢ ، ٣[

د(س) = صفر عندما س ∈ {٢ ، ٣}

(٢) د(س) = -س^2 + ٤س - ٣

الحل

أ = -١   ب = ٤   جـ = -٣

ع = ب^2 - ٤ أ جـ = (٤)^2 - [٤ × -١ × -٣] = ٤ موجب

* بوضع -س^2 + ٤س - ٣ = ٠

س^2 - ٤س + ٣ = ٠

(س - ١)(س - ٣) = ٠

س = ١   س = ٣

موجبة س ∈]١ ، ٣[

سالبة س ∈]-∞ ، ١[∪]٣ ، ∞[

أو ح - [١ ، ٣]

د(س) = صفر عندما س ∈ {١ ، ٣}

(٣) د(س) = (س - ٢)(س + ٣)

الحل

بوضع (س - ٢)(س + ٣) = ٠

س = ٢   أو   س = -٣

موجبة]-∞ ، -٣[∪]٢ ، ∞[

أو ح - [-٣ ، ٢]

سالبة فى]-٣ ، ٢[

د(س) = صفر عندما س = {-٣ ، ٢}

اختر

تذكر أن ح =]−∞ ، ∞[

(١) د(س) = −٤ تكون سالبة فى الفترة ...

(أ)]−∞ ، ٤[(ب)]−٤ ، ٤[(ج)]−∞ ، ∞[(د)]−٢ ، ٢[

(٢) إذا كانت د(س) = ٣س فإن إشارة د تكون سالبة فى ...

(أ)]−∞ ، ٣[(ب)]٣ ، ∞[(ج)]−٣ ، ∞[(د)]−∞ ، ٠[

(٣) د(س) = س² − ٩ تكون سالبة ∀ س ∈ ....

(أ) ح − [−٣ ، ٣] (ب)]−٣ ، ٣[(ج)]−∞ ، ٠[(د)]−٣ ، ∞[

(٤) د(س) = س² + ١ تكون موجبة فى الفترة ....

(أ)]٠ ، ∞[(ب)]١ ، ∞[(ج)]−∞ ، ١[(د) ح

(٥) د(س) = أس² + ب س + جـ يكون لها إشارة واحدة فى ح عندما

(أ) ب² − ٤أجـ > ٠ (ب) ب² − ٤أجـ < ٠ (ج) ب² − ٤أجـ = ٠ (د) ب² − ٤أجـ ≥ ٠

(٦) لبحث إشارة د يكون كافياً معرفة أنه ....

(أ) منحنى الدالة د يوازى محور السينات .

(ب) ،، ،، د يقع بأكمله فوق محور السينات .

(ج) كل من (أ) ، (ب) معاً

(د) ولا إجابة من السابقات

(٧) إذا كانت د(س) = أس + ب وكانت س = ل جذر المعادلة د(س) = ٠ فإن د(ل+١) × د(ل−١) ∈ ....

(أ) ح⁺ (ب) ح⁻ (ج) [−١ ، ١] (د) [−٥ ، ٥]

د(ل) = ٠ ، د(ل+١) > ٠ ، د(ل−١) < ٠

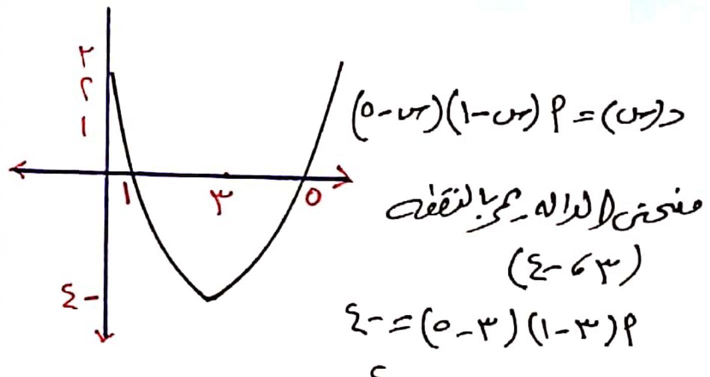
∴ حاصل ضربهما < ٠ ∈ ح⁻

(٨) أى الدوال الآتية موجبة لجميع قيم س ∈ ح

(أ) د(س) = س² + ٤ (ب) د(س) = ٣ (ج) د(س) = (س−١)² + ٩ (د) كل ما سبق

مثال

أكتب قاعدة كل من الدوال التالية



د(س) = أ(س−١)(س−٥)

منحنى الدالة يمر بالنقطة (٣ ، −٤)

أ(٣−١)(٣−٥) = −٤

أ × ٢ × −٢ = −٤

−٤أ = −٤ ∴ أ = ١ ∴ د(س) = (س−١)(س−٥)

∴ د(س) = س² − ٦س + ٥

مره واحد رجع من الشغل لقي بيته بيتحرق

راح دخل وجاب بنته وطلع

ورجع مره تانيه وجاب ابنه

ورجع تالت مره وجاب مراته

ورجع رابع مره وجه فاضي

ورجع خامس مره وجه فاضي

فالناس قالوله ليه بتروح وترجع فاضي

قالهم بروح اقلب حماتي



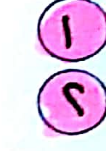
نكت ساخره



١ ابحث اشارة كلاً من الدوال التالية

١) د(س) = ٥
٢) د(س) = -٩
٣) د(س) = س - ١
٤) د(س) = -٢س + ٤
٥) د(س) = -٣س - ٦
٦) د(س) = ٤س - ٥
٧) د(س) = ٢ - س

٢ ابحث اشارة كلاً من الدوال التالية



١) د(س) = س٢ + ٣س + ٣
٢) د(س) = -س٢ + ٥س - ٧


٣) د(س) = س٢ - ٨س + ١٦
٤) د(س) = -س٢ + ١٠س - ٢٥
٥) د(س) = (س - ٣)٢

٦) د(س) = س٢ - ٧س + ١٢

٧) د(س) = س٢ - ٢س - ١٥

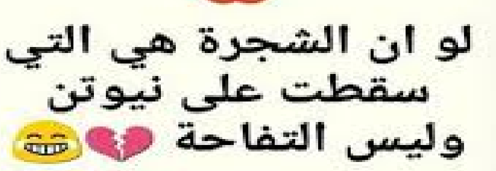
٨) د(س) = (س - ٣) (٥ - س)

٣ أكمل



١) د(س) = ٢ إشارتها ---- في ----
٢) د(س) = ٣ - ٣س تكون سالبة عندما ----
٣) د(س) = س - ٢ موجبة في الفترة ----
٤) د(س) = ٧ - س سالبة في الفترة ----
٥) د(س) = س٢ تكون سالبة عندما س ∈ ----
٦) د(س) = س٢ - ٦س + ٩ موجبة في الفترة ----
٧) د(س) = -(س - ١) (س + ٢) موجبة في الفترة ----

الفيزياء كادت ان تكون اسهل


لو ان الشجرة هي التي
سقطت على نيوتن
وليس التفاحة

واحد بخيل بياكل فستق
مراته قالتله .. أكلني معاك .. اداها واحده
بعد شوية قالتله .. هات واحده كمان
قالها : والله العظيم كله نفس الطعم

الدرس السابع

متباينات الدرجة الثانية في مجهول واحد

خطوات الحل

1. نكتب الدالة التربيعية المرتبطة بالمتباينة
2. ندرس إشارة الدالة التي كتبناها ← الدرس الماضي
3. نحدد الفترات التي تحقق المتباينة ← بعدما نعملها متباينة صفرية

مثال ١

أوجد في ح مجموعة حل المتباينة

$س^{٢} - ٥س + ٦ < ٠$

الحل

$د(س) = س^{٢} - ٥س + ٦$

المميز: أ = ١ ، ب = −٥ ، جـ = ٦

$ب^{٢} - ٤أجـ = (-٥)^{٢} - (٤ \times ١ \times ٦) = ١$ موجب

∴ جذران حقيقيان مختلفان

(س − ٢)(س − ٣) = ٠

س = ٢ أو س = ٣

−∞ ، ٢ ، ٣ ، ∞

+++ صفر − − − − صفر +++

المطلوب بناءً على المتباينة فترات قيمتها أصغر من صفر يعني هناخد الجزء السالب

∴ م.ح =]٢ ، ٣[

مثال ٢

$-س^{٢} + س - ١ > ٠$



الحل

الدالة التربيعية $د(س) = -س^{٢} + س - ١$

أ = −١ ب = ١ جـ = −١

المميز $ب^{٢} - ٤أجـ = ١ - (٤ \times -١ \times -١)$

= −٣ (سالب)

ليس لها جذور حقيقية ∴ الإشارة مثل معامل $س^{٢}$ سالبة دائماً

∴ م.ح = ∅

مثال ٣

$س^{٢} - ٦س + ٩ \le ٠$

الحل

الدالة التربيعية $د(س) = س^{٢} - ٦س + ٩$

أ = ١ ب = −٦ جـ = ٩

$ب^{٢} - ٤أجـ = (-٦)^{٢} - (٤ \times ١ \times ٩) =$ صفر

جذران حقيقيان متساويان

$س^{٢} - ٦س + ٩ = ٠$

(س − ٣)(س − ٣) = ٠

∴ س = ٣

مثل ٣ مثل

+ + + + صفر + + + +

عاوزين الأصغر أو يساوي صفر ومفيش أصغر لكن قيمة = صفر

∴ م.ح = {٣}

٤) س² ≥ ٤س − ٤

الحل

هنقلها

س² − ٤س + ٤ ≥ ٠

الدالة التربيعية

د(س) = س² − ٤س + ٤

أ = ١   ب = −٤   جـ = ٤

المميز ب² − ٤أجـ = (−٤)² − (٤×١×٤) = ٠

بوضع س² − ٤س + ٤ = ٠

(س − ٢)(س − ٢) = ٠

∴ س = ٢

−∞ موجب ٢ موجب ∞

++++ صفر ++++

عايزينه ≥ يعني الموجب والصفر

∴ م.ح = ح

٥) ٥ − ٢س ≤ س²

الحل

مش انت عارف إن أ ≤ ب

∴ ب ≥ أ صح؟

∴ س² ≥ ٥ − ٢س كدة تمام؟

س² + ٢س − ٥ ≥ ٠

الدالة التربيعية د(س) = س² + ٢س − ٥

أ = ١   ب = ٢   جـ = −٥

المميز ب² − ٤أجـ = (٢)² − (٤×١×−٥)

= ٢٤ موجب

جذران حقيقيان مختلفان

الحل بالقانون العام س = (−ب ± √(ب² − ٤أجـ)) / ٢أ

= (−٢ ± √٢٤) / (١×٢) = {−١ + √٦ ، −١ − √٦}

= {١,٤٥ ، −٣,٤٥}

++ صفر (−٣,٤٥) −− صفر (١,٤٥) ++

∴ م.ح = ح −]−٣,٤٥ ، ١,٤٥[

اختر

١) مجموعة حل المتباينة (س − ٢)(س − ٥) < ٠ في ح هي ....

أ) {٢ ، ٥}   ب)]٢ ، ٥[

جـ) [٢ ، ٥]   د) ح − [٢ ، ٥]

٢) مجموعة حل المتباينة س(س − ١) > ٠ في ح ...

أ) {٠ ، ١}   ب) [٠ ، ١]

جـ) ح − [٠ ، ١]   د)]٠ ، ١[

٣) مجموعة حل المتباينة −س(س + ٢) ≥ ٠ في ح هي ...

أ) {٠ ، −٢}   ب) [−٢ ، ٠]

جـ)]−٢ ، ٠[د) [−٢ ، ٢]

④ مجموعة حل المتباينة س^٢+٩ > ٠ في ح هي ....

(أ) φ (ب) ح
(ج)]-٣، ٣[(د) ح - [-٣، ٣]

---

⑤ مجموعة حل المتباينة س^٢+١ ≤ ٠ في ح ....

(أ) φ (ب) ح
(ج) [-١، ١] (د) ح -]-١، ١[

---

⑥ في الشكل المقابل يمثل د(س)

ص، س، -١، و، ٣

فإن مجموعة حل المتباينة د(س) ≥ ٠ هو ---

(أ)]-١، ٣[(ب)]-∞، ٢[
(ج)]٣، ∞[(د)]-∞، -١] ∪ [٣، ∞[

---

⑦ مجموع الأعداد الصحيحة التي تنتمي لمجموعة حل المتباينة (س-٢) (٣س-١) ≤ ٠

(أ) -١ (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٣

[١/٣، ٢] ١ + ٢ = ٣

---

⑧ إذا كان مميز المعادلة أس^٢+ب س+جـ=٠ سالب فإن مجموعة حل المتباينة أس^٢+ب س+جـ > ٠ حيث أ > ٠ هي....

(أ) ح (ب) φ (ج) ح^+ (د) ح^-

المنحنى بالكامل اسفل محور السينات

الواجب

① أوجد في ح مجموعة حل المتباينات التالية

1. س^٢ + ٢س - ٨ > ٠
2. س^٢ - ١ ≤ ٠
3. ٢س - س^٢ < ٠
4. س^٢ ≤ ٩
5. س^٢ ≥ ٦س - ٩
6. (س-٢)^٢ ≤ -٥
7. (س-٢) (س-٥) < ٠
8. س(س-١) ≥ ٠
9. س^٢+٩ > ٠

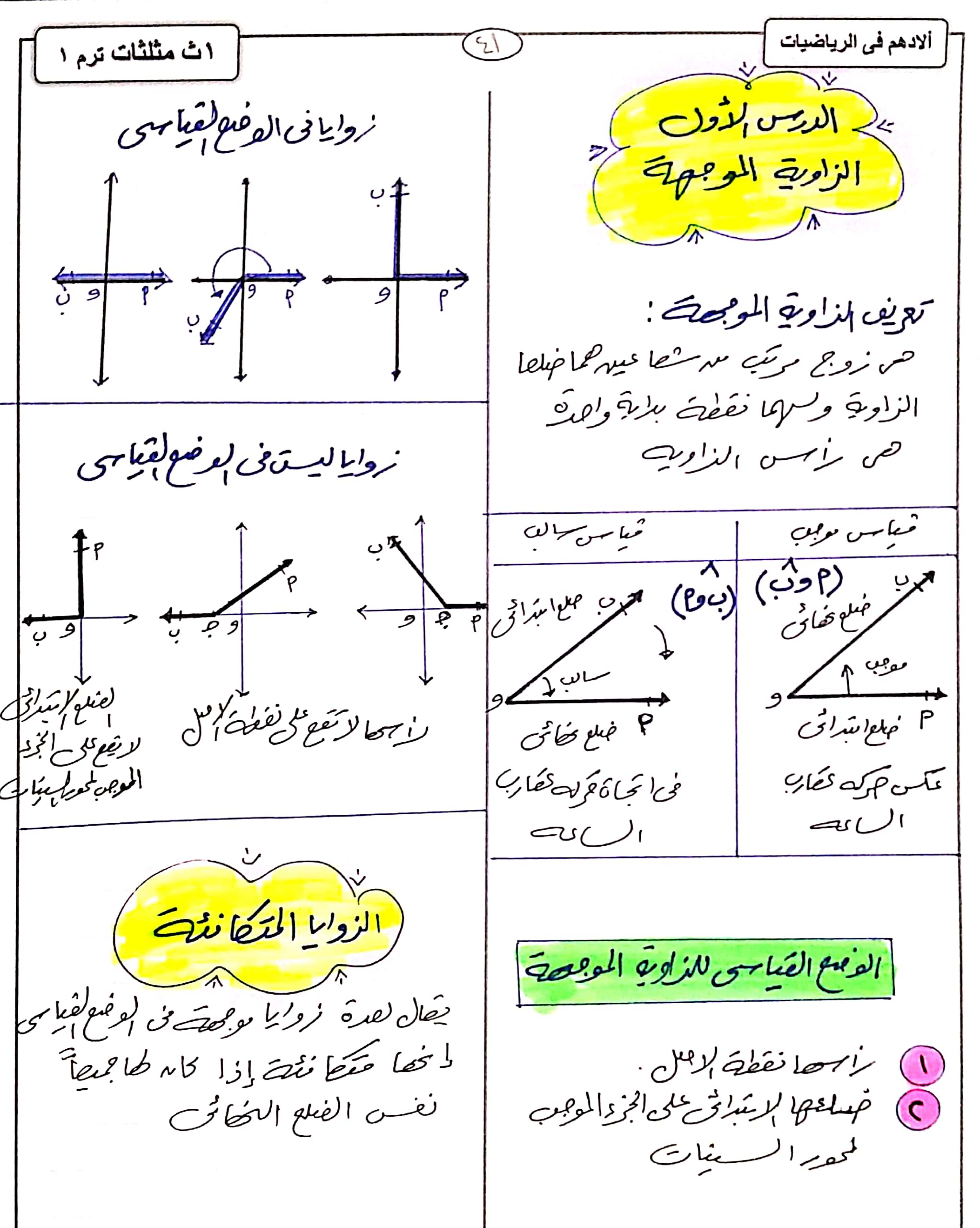
سألوني..
ماذا تعلمت من العمر الذي مَضي
فأجبت؟
تعلّمت أن الذي معدنهُ ذهب
يبقي ذهباً
والذي معدنهُ حديد يتغير
ويصدأ..


الأدهم
فى
حساب المثلثات
الصف الأول الثانوى
عام وأزهر
٢٠٢٠
هدية
مجانية
إعداد
أ/ محمد أدهم
ت / ٠١٠٠٧٤٥١٩٥٧

الدرس الأول
الزاوية الموجهة

تعريف الزاوية الموجهة:

هي زوج مرتب من شعاعين هما ضلعا الزاوية ولهما نقطة بداية واحدة هي رأس الزاوية

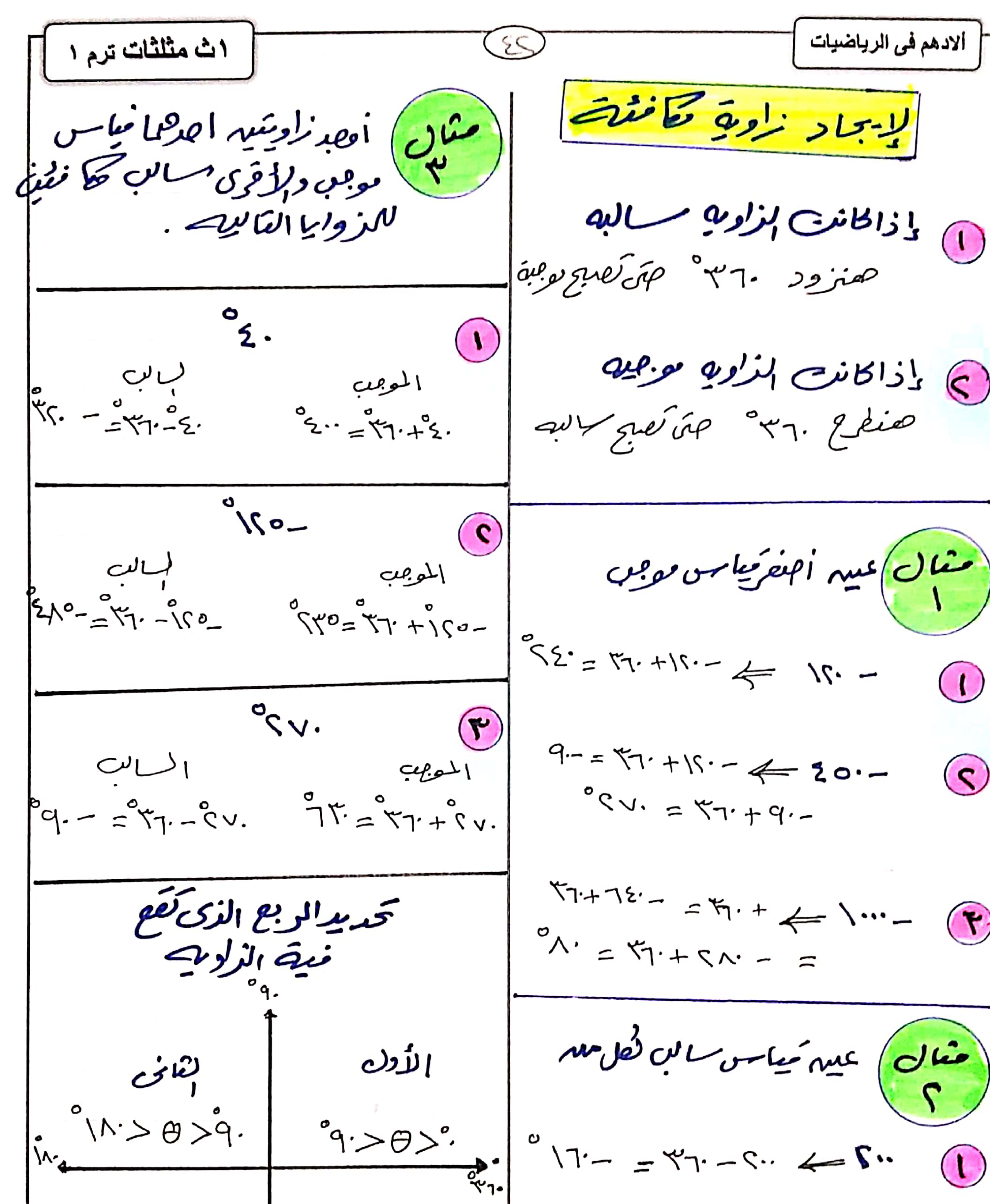


الوضع القياسي للزاوية الموجهة

1. رأسها نقطة الأصل.
2. ضلعها الابتدائي على الجزء الموجب لمحور السينات

الزوايا المتكافئة

يقال لعدة زوايا موجهة في الوضع القياسي إنها متكافئة إذا كان لها جميعاً نفس الضلع النهائي



لإيجاد زاوية مكافئة

١) إذا كانت الزاوية سالبة هنزود ٣٦٠° حتى تصبح موجبة

٢) إذا كانت الزاوية موجبة هنطرح ٣٦٠° حتى تصبح سالبة

مثال ١: عين أصغر قياس موجب

١) −١٢٠ ⇐ −١٢٠ + ٣٦٠ = ٢٤٠°

٢) −٤٥٠ ⇐ −١٢٠ + ٣٦٠ = −٩٠
= −٩٠ + ٣٦٠ = ٢٧٠°

٣) −١٠٠٠ ⇐ + ٣٦٠ = −٦٤٠ + ٣٦٠
= −٢٨٠ + ٣٦٠ = ٨٠°

مثال ٢: عين قياس سالب لكل منه

١) ٢٠٠ ⇐ ٢٠٠ − ٣٦٠ = −١٦٠°

٢) ٦٢٠ ⇐ ٦٢٠ − ٣٦٠ = ٢٦٠ − ٣٦٠
= −١٠٠°

مثال ٣: أوجد زاويتين احدهما قياس موجب والأخرى سالب مكافئين للزوايا التالية.

١) ٤٠°

الموجب: ٤٠° + ٣٦٠° = ٤٠٠°

السالب: ٤٠° − ٣٦٠° = −٣٢٠°

٢) −١٢٥°

الموجب: −١٢٥° + ٣٦٠° = ٢٣٥°

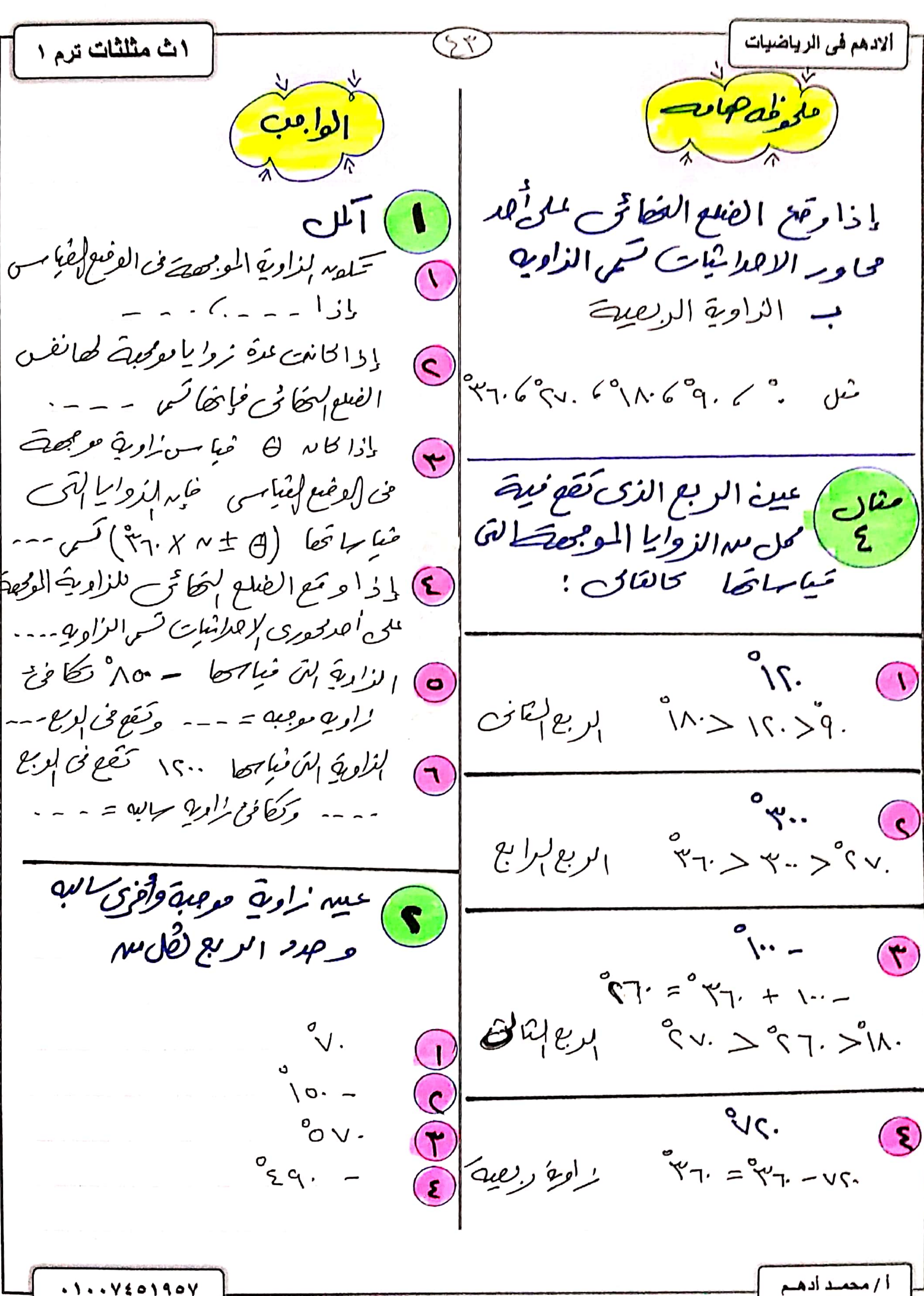
السالب: −١٢٥° − ٣٦٠° = −٤٨٥°

٣) ٢٧٠°

الموجب: ٢٧٠° + ٣٦٠° = ٦٣٠°

السالب: ٢٧٠° − ٣٦٠° = −٩٠°

تحديد الربع الذى تقع فيه الزاوية



ملحوظة هامة

إذا وقع الضلع النهائي على أحد محاور الاحداثيات تسمى الزاوية بـ الزاوية الربعية

مثل ٠° ، ٩٠° ، ١٨٠° ، ٢٧٠° ، ٣٦٠°

مثال ٤

عين الربع الذى تقع فيه كل من الزوايا الموجهة التى قياساتها كالتالى :

١) ١٢٠°

٩٠° < ١٢٠ < ١٨٠° الربع الثانى

٢) ٣٠٠°

٢٧٠° < ٣٠٠ < ٣٦٠° الربع الرابع

٣) -١٠٠°

-١٠٠ + ٣٦٠° = ٢٦٠°

١٨٠° < ٢٦٠° < ٢٧٠° الربع الثالث

٤) ٧٢٠°

٧٢٠ - ٣٦٠° = ٣٦٠° زاوية ربعية

الواجب

١ أكمل

١) تسمى الزاوية الموجهة فى الوضع القياسى إذا ....

٢) إذا كانت عدة زوايا موجهة لها نفس الضلع النهائى فإنها تسمى ....

٣) إذا كان θ قياس زاوية موجهة فى الوضع القياسى فإن الزوايا التى قياساتها (θ ± ن × ٣٦٠°) تسمى ....

٤) إذا وقع الضلع النهائى للزاوية الموجهة على أحد محورى الاحداثيات تسمى الزاوية ....

٥) الزاوية التى قياسها -٨٥٠° تكافئ زاوية موجبة = ... وتقع فى الربع ....

٦) الزاوية التى قياسها ١٢٠٠° تقع فى الربع ..... وتكافئ زاوية سالبة = ...

٢ عين زاوية موجبة وأخرى سالبة وحدد الربع لكل من

١) ٧٠°

٢) -١٥٠°

٣) ٥٧٠°

٤) -٤٩٠°

اختبر على الدرس الأول

١) الزاوية التي قياسها ٦٠° في الوضع القياسي تكافئ الزاوية التي قياسها

(أ) ١٢٠° (ب) ٢٤٠° (ج) ٣٠٠° (د) ٤٢٠°

---

٢) الزاوية التي قياسها ٥٨٥° تكافئ ...

(أ) ٤٥° (ب) ١٣٥° (ج) ٢٢٥° (د) ٣١٥°

---

٣) الربع الذي تقع فيه الزاوية ١٦٧٠° هو...

(أ) الأول (ب) الثاني (ج) الثالث (د) الرابع

---

٤) الزاوية التي قياسها (-٨٥٠°) تقع في الربع...

(أ) الأول (ب) الثاني (ج) الثالث (د) الرابع

---

٥) الزاوية التي قياسها ٤٥° + (٤ن+١) × ٩٠° تقع في الربع ... حيث ن ∈ ص

(أ) الأول (ب) الثاني (ج) الثالث (د) الرابع

عند وضع ن = ٠ ← ٤٥ + ٩٠ = ١٣٥°

---

٦) إذا كان أ ، ب قياسا زاويتين متكافئتين فإن -أ ، -ب يكونان ...

(أ) متطابقتين (ب) متكافئتين

(ج) متتامتين (د) مجموعهما -٣٦٠°

---

٧) إذا كان أ ، -أ قياسا زاويتين متكافئتين فإن إحدى قيم أ هي ...

(أ) ١٥٠° (ب) ٩٠° (ج) ١٨٠° (د) ٢٧٠°

---

٨) إذا كان (٣س - ٥) أصغر قياس موجب ، (٣ص - ٥) أكبر قياس سالب لزاويتين متكافئتين فإن س - ص = ...

(أ) ٣٦٠° (ب) ١٨٠° (ج) ١٢٠° (د) ٩٠°

٣س - ٥ - (٣ص - ٥) = ٣٦٠

٣س - ٥ - ٣ص + ٥ = ٣٦٠

٣س - ٣ص = ٣٦٠ ∴ س - ص = ١٢٠°

---

٩) إذا دار الضلع النهائي لزاوية قياسها ٦٠° من الوضع القياسي دورتين وربع في عكس اتجاه عقارب الساعة فإن الضلع النهائي يمثل...

(أ) ٦٠° (ب) ١٢٠° (ج) ١٥٠° (د) ٢٤٠°

احذف عدد الدورات الكاملة واحسب الربع فقط

∴ ٦٠° + ٩٠° = ١٥٠°

نفسي ارجع للزمن اللي كان



أصعب قرار بيواجهني هو

يا تري اشتري شيبسي بالطماطم

ولا بالشطه والليمون

الدرس الثاني
القياس الستيني والقياس الدائري

القياس الستيني (س°)

$1^\circ = 60'$

$1' = 60''$

$\therefore 1^\circ = 3600''$

القياس الدائري $\theta^{د}$

$\theta^{د} = \frac{ل}{نق}$

(مثلث: ل فوق، $\theta^{د}$ و نق أسفل)

$\theta^{د}$ ← الزاوية بالقياس الدائري

ل ← طول القوس المقابل للزاوية المركزية

نق ← نصف قطر الدائرة.

ملحوظة

الزاوية النصف قطرية: هي زاوية مركزية تحصر قوساً (ل) طوله = نصف قطر الدائرة (نق)

$\theta^{د} = \frac{ل}{نق} = \frac{نق}{نق} = 1^{د}$

$\therefore$ الزاوية النصف قطرية $= 1^{د}$

مثال ١ أوجد القياس الدائري لكل مما

(١) ل = ١٢ سم ، نق = ١٠ سم

الحل

$\theta^{د} = \frac{ل}{نق} = \frac{12}{10} = 1{,}2^{د}$

(٢) ل = ٧ سم ، طول القطر = ٢٠ سم

الحل

ل = ٧ سم ، نق $= \frac{20}{2} = 10$ سم

$\theta^{د} = \frac{ل}{نق} = \frac{7}{10} = 0{,}7^{د}$

مثال ٢ أوجد نق لكل مما

$\theta^{د} = 1{,}5^{د}$ ، ل = ١١ سم

الحل

(مثلث: ل فوق، $\theta^{د}$ و نق أسفل)

$\theta^{د} = \frac{ل}{نق}$

نق $= \frac{ل}{\theta^{د}} = \frac{11}{1{,}5} = 7{,}33$ سم

مثال ٣ أوجد طول القوس

نق = ١٢,٥ سم ، $\theta^{د} = 1{,}6^{د}$

الحل

(مثلث: ل فوق، $\theta^{د}$ و نق أسفل)

ل = $\theta^{د}$ × نق

ل $= 1{,}6 \times 12{,}5 = 20$ سم

مهم جداً

العلاقة بين الدائري "$\theta^{د}$" والستيني "$س^\circ$"

$$\frac{س^\circ}{180^\circ} = \frac{\theta^{د}}{\pi}$$



$س^\circ = \theta^{د} \times \frac{180}{\pi}$ وتعمل ووو٥

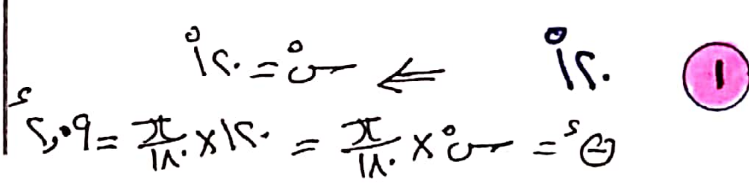
$\theta^{د} = س^\circ \times \frac{\pi}{180}$ وتعمل S⇔D

علشان متنساش

1. الستيني أكبر لذلك يبقى $\times \frac{180}{\pi}$
2. الدائري أصغر لذلك يبقى $\times \frac{\pi}{180}$

ولو نسيت احفظ أول مربع صحيح يطلع القانون فيه

مثال ٤: حول إلى القياس الدائري



1. $120^\circ \Leftarrow س^\circ = 120^\circ$

$\theta^{د} = س^\circ \times \frac{\pi}{180} = 120 \times \frac{\pi}{180} = 2.09^{د}$

2. $105^\circ\ 22'$

$\theta^{د} = س^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ}$

$= 105^\circ\ 22' \times \frac{\pi}{180}$

$= 1.84^{د}$

---

3. $75^\circ\ 12'\ 30''$

$\theta^{د} = 75^\circ\ 12'\ 30'' \times \frac{\pi}{180^\circ}$

$\theta^{د} = 1.31^{د}$

مثال: حول إلى القياس الستيني

1. $1.8^{د}$

$س^\circ = \theta^{د} \times \frac{180}{\pi} = 1.8 \times \frac{180}{\pi}$

$= 103^\circ\ 7'\ 56''$

---

2. $\frac{1}{4}\pi$

$س^\circ = \theta^{د} \times \frac{180}{\pi} = \frac{1}{4}\pi \times \frac{180}{\pi} = 45^\circ$

مثال ٦: حدد الربع الذي تقع فيه

1. $5.7^{د}$

$س^\circ = 5.7 \times \frac{180}{\pi} = 326^\circ\ 35'$

في الربع الرابع

الفكرة الثامنة

مثال ٧ أوجد طول القوس الذى تحصره زاوية مركزية قياسها ٣٥ً ١٢َ ١١٠ْ إذا كان نق = ١٠ سم لأقرب سم

الحل

س ْ = ٣٥ً ١٢َ ١١٠ْ نق = ١٠ سم

الأول هنحول للدائرى

$\theta^{د} = س ْ \times \frac{\pi}{180} = ١١٠ْ ١٢َ ٣٥ً \times \frac{\pi}{180}$

$= ١,٩٢^{د}$

∵ ل = $\theta^{د}$ × نق

$= ١,٩٢ \times ١٠ = ١٩,٢ \simeq ١٩$ سم

مثال ٨ أوجد القياس الدائرى والقياس الستينى لزاوية محيطية = ٨٠ْ

الحل

طبعاً نحن نعمل بالزاوية المركزية وانتوا فاكرين إن المركزية ضعف المحيطية = ٢ × ٨٠ْ = ١٦٠ْ

∴ س ْ = ١٦٠ْ

$\theta^{د} = ١٦٠ \times \frac{\pi}{180} = ٢,٧٩^{د}$

المركزية = المحيطية × ٢

المحيطية = المركزية ÷ ٢

مثال ٩ أوجد محيط دائرة بها زاوية محيطية = ٣٠ْ يقابلها قوس = ٥ سم

الحل

∵ قياس المحيطية = ٣٠ْ

∴ قياس المركزية المشتركة معها فى القوس = ٦٠ْ

س ْ = ٦٠ْ

∵ $\theta^{د} = س ْ \times \frac{\pi}{180} = ٦٠ْ \times \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{3}$

نق = $\frac{ل}{\theta^{د}} = \frac{٥}{(\frac{\pi}{3})}$

$= \frac{15}{\pi}$ سم

محيط الدائرة = ٢ π نق = $٢ \times \pi \times \frac{15}{\pi} = ٣٠$ سم

ملحوظة

فى مسائل محيط ومساحة الدائرة يفضل تجيب القياس الدائرى ونق بدلالة π

طبعاً انت فاكر إن

١) محيط الدائرة = ٢ π نق

٢) مساحة الدائرة = π نق٢

مثال ١٠ في الشكل المقابل

ج
م
٩٠°
٦٠°
$١٢\sqrt{٣}$ سم
٣٠°
٣٠°
أ
ب

$\overleftrightarrow{أب}$ ، $\overleftrightarrow{أج}$ مماسان للدائرة م ، ق $(\hat{جمب}) = ٦٠^\circ$ ، أم $= ١٢\sqrt{٣}$ سم

أوجد طول القوس الأكبر $\frown{جب}$ لأقرب سم

الحل

من هندسة الشكل ق $(\hat{أ}) = ٦٠^\circ$

$\because$ $\overleftrightarrow{أج} \perp \overline{مج}$ ، $\overleftrightarrow{أب} \perp \overline{مب}$

(لأن المماس ⊥ نصف القطر)

$\therefore$ ق $(\hat{جمب}) = ٣٦٠ - [٩٠^\circ + ٩٠^\circ + ٦٠^\circ]$

$= ١٢٠^\circ$

$\therefore$ ق $(\hat{جمب})$ المنعكسة $= ٣٦٠^\circ - ١٢٠^\circ$

$= ٢٤٠^\circ$

$\therefore$ $\theta^{ء} = ٢٤٠^\circ \times \frac{\pi}{١٨٠} = \frac{٤}{٣}\pi$

في $\triangle$ أب م $\because$ أم $= ١٢\sqrt{٣}$

$\therefore$ ب م $= ٦\sqrt{٣}$ لأن طول الضلع المقابل (٣٠°) في المثلث القائم = نصف طول الوتر

$\therefore$ نق $= ٦\sqrt{٣}$

ل / θ / نق

ل $= \theta^{ء} \times$ نق $= \frac{٤}{٣}\pi \times ٦\sqrt{٣} \approx ٤٤$ سم

مثال ١١ مثلث قياس احدى زواياه ٦٠° وقياس زاوية أخرى $\frac{\pi}{٤}$ أوجد القياس الدائري والستيني للزاوية الثالثة.

الحل

قياس الأولى $= ٦٠^\circ$

قياس الثانية $= \frac{\pi}{٤} \times \frac{١٨٠}{\pi} = ٤٥^\circ$

$\therefore$ قياس الثالثة $= ١٨٠ - [٦٠ + ٤٥]$

س $= ٧٥^\circ$

$\theta^{ء} =$ س $\times \frac{\pi}{١٨٠} = ٧٥ \times \frac{\pi}{١٨٠} = ١,٣١^{ء}$

مثال ١٢ زاويتان متكاملتان الفرق بينهما $= \frac{\pi}{٣}$ أوجد قياسهما بالدائري والستيني

الحل

س $= \frac{\pi}{٣} \times \frac{١٨٠}{\pi} = ٦٠^\circ$

الفرق بينهما $= ٦٠^\circ$

س + ص $= ١٨٠^\circ$

س − ص $= ٦٠^\circ$

٢ س $= ٢٤٠$ $\therefore$ س $= ١٢٠^\circ$

$= ١٢٠ \times \frac{\pi}{١٨٠} = \frac{٢}{٣}\pi$

$١٢٠ +$ ص $= ١٨٠^\circ$

$\therefore$ ص $= ١٨٠ - ١٢٠ = ٦٠^\circ$

$= ٦٠ \times \frac{\pi}{١٨٠} = \frac{١}{٣}\pi$

اختبر على الدرس

(١) الزاوية التى قياسها $\frac{31\pi}{6}$ تقع فى الربع ....

(أ) الأول (ب) الثانى (جـ) الثالث (د) الرابع

(٢) الزاوية التى قياسها $-\frac{9\pi}{4}$ تقع فى الربع ....

(أ) الأول (ب) الثانى (جـ) الثالث (د) الرابع

(٣) مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعى = ...

(أ) 2π (ب) π (جـ) $\frac{3\pi}{2}$ (د) 3π

(٤) إذا كان مجموع قياسات زوايا أى مضلع منتظم = $180 \times (n-2)$ حيث n عدد الأضلاع فإن قياس زاوية الخماسى المنتظم = ...

(أ) $\frac{\pi}{3}$ (ب) $\frac{7\pi}{2}$ (جـ) $\frac{3\pi}{5}$ (د) $\frac{2\pi}{3}$

$\frac{180 \times (5-2)}{5} = \frac{540}{5} = 108$ ، $108° = \frac{3\pi}{5}$

(٥) القوس الذى طوله 5π سم فى دائرة طول نصف قطرها ١٥ سم يقابل زاوية مركزية قياسها = ...

(أ) °٣٠ (ب) °٦٠ (جـ) °٩٠ (د) °١٨٠

$\theta = \frac{l}{r} = \frac{5\pi}{15} = \frac{\pi}{3} = \frac{180}{3} = 60°$

$\pi = 180$

(٦) بندول بسيط طول خيطه ١٤ سم يتذبذب بزاوية قياسها $\frac{1}{10}\pi$ فإن طول قوسه = ... سم

(أ) ٤,٦ (ب) ٤,٤ (جـ) ٤,٢ (د) ٤,٨

نق = ١٤ ، $l = \theta \times r = 14 \times \frac{1}{10} \times \pi = 4.4$

π = ٣,١٤

لاحظ أنه فى الزوايا $\pi = 180°$

فى الأطوال $\pi = \frac{22}{7}$ أو ٣,١٤

(٧) إذا كان طول قوس من الدائرة = $\frac{3}{8}$ محيطها فإن الزاوية المركزية المقابلة له هى ....°

(أ) ٣٠ (ب) °٣٠ َ٦٧ (جـ) °١٣٥ (د) °٤٣

$l = \theta \times r$ ∴ $\frac{3}{8} \times 2\pi r = \theta \times r$

∴ $\theta = \frac{3}{4}\pi = \frac{3}{4} \times 180° = 135°$

(٨) فى الدائرة التى طول نصف قطرها وحدة الطول قياس الزاوية المركزية بالتقدير الدائرى = ...

(أ) $\frac{1}{4}$ طول القوس (ب) $\frac{1}{2}$ طول القوس (جـ) طول القوس (د) ضعف طول القوس

$l = \theta \times r$ عندما نق = ١ ∴ $l = \theta$

(٩) إذا كانت النسبة بين قياسات زوايا شكل رباعى كنسبة ٥ : ٤ : ٩ : ٦ فإن قياس أصغر زواياه = ...ᵈ

(أ) $\frac{\pi}{12}$ (ب) $\frac{\pi}{3}$ (جـ) $\frac{5\pi}{12}$ (د) $\frac{2\pi}{3}$

مجموع الأجزاء = ٢٤ أصغر زواياه هى = $\frac{360}{24} \times 4 = 60$

ملحوظة: قياس الزاوية بين عقربى الساعات والدقائق = | عدد الساعات × ٣٠ − عدد الدقائق × $\frac{11}{2}$ |

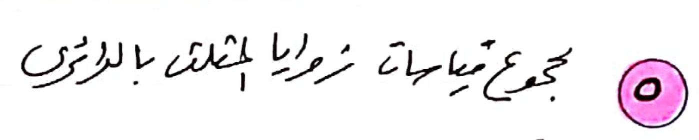
(١٠) القياس الموجب بين عقربى الساعة عند الساعة الثانية والنصف = ...ᵈ

٢:٣٠

$2 \times 30 - 30 \times \frac{11}{2} = -105 = 105° \div 180 = \frac{7\pi}{12}$







١ مجموع قياس الزاويتين المتتامتين = 90°

٢ " " " المتكاملتين = 180°

٣ فى المثلث القائم طول الضلع المقابل

* للزاوية 30° = $\frac{1}{2}$ × طول الوتر
* للزاوية 60° = $\frac{\sqrt{3}}{2}$ × طول الوتر

٤ مجموع زوايا المثلث = 180°

٥ قياس الدائرة = 360°

٦ محيط الدائرة = ٢ط نق

٧ مساحة الدائرة = ط نق²

٥ مجموع قياسات زوايا المثلث بالدائرى ----

٦ مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعى بالتقدير الدائرى = ----

٧ القوس الذى طوله ٥ سم فى دائرة طول قطرها ٣٠ سم يقابل زاوية مركزية = ----°

٨ الزاوية التى طول قوسها = نصف قطر دائرتها تسمى زاوية ----

٩ الدائرة التى طول نصف قطرها = وحدة الأطوال تسمى ----

الواجب

١ أكمل

١ الزاوية التى قياسها $\frac{31\pi}{6}$ تقع فى الربع ----

٢ الزاوية التى قياسها $-\frac{9\pi}{4}$ تقع فى الربع ----

٣ الزاوية التى قياسها $\frac{8\pi}{3}$ فإن قياسها الدائرى = ----

٤ الزاوية التى قياسها ١٫٣ د فإن قياسها الستينى = ----

٢ أوجد طول القوس الذى تحصره زاوية مركزية ١٠٢° ٣٠َ فى دائرة نصف قطرها = ٦ سم لأقرب ١ سم

٣ أوجد كلاً من القياس الدائرى والستينى لزاوية مركزية تحصر قوساً طوله ٦٠ سم فى دائرة طول نصف قطرها ١٧ سم

٤ أوجد محيط الدائرة التى بها زاوية محيطية = ٥٧° تقابل قوس طوله ٣ سم

الوفاء
غالي جدا فلا تتوقعه
من رخيص

الدرس الثالث
الدوال المثلثية

تذكر أن

$جا \theta = \frac{المقابل}{الوتر}$

$جتا \theta = \frac{المجاور}{الوتر}$

$ظا \theta = \frac{جا \theta}{جتا \theta} = \frac{المقابل}{المجاور}$

الوتر — المقابل — المجاور — θ

الدوال المثلثية مع دائرة الوحدة

ملاحظات

١) دائرة الوحدة: هي دائرة مركزها نقطة الأصل وطول نصف قطرها وحدة الأطوال

٢) $س^2 + ص^2 = 1$
، س ∈ [-١ ، ١]
، ص ∈ [-١ ، ١]

٣) جا θ = ص — الاحداثى الصادى

٤) جتا θ = س — الاحداثى السينى

٥) $ظا \theta = \frac{جا \theta}{جتا \theta} = \frac{ص}{س}$

المقلوبات

١) $قا \theta = \frac{1}{جتا \theta}$

٢) $قتا \theta = \frac{1}{جا \theta}$

٣) $ظتا \theta = \frac{1}{ظا \theta}$

الفكرة الأولى
مباشرة

مثال ١ أوجد جميع الدوال المثلثية لزاوية θ مرسومة في دائرة الوحدة إذا كان م إحداثيات ضلعها النهائي

١) $\left(\frac{٣}{٥} ، \frac{٤}{٥}\right)$ (س ، ص)

الحل

$جا \theta = ص = \frac{٤}{٥} \leftarrow قتا \theta = \frac{٥}{٤}$

$جتا \theta = س = \frac{٣}{٥} \leftarrow قا \theta = \frac{٥}{٣}$

$ظا \theta = \frac{\frac{٤}{٥}}{\frac{٣}{٥}} = \frac{٤}{٣} \leftarrow ظتا \theta = \frac{٣}{٤}$

② $(0 ، 1)$ (س ، ص)

الحل

جا θ = ص = ١ ⟸ قتا θ = $\frac{1}{1}$ = ١

جتا θ = س = ٠ ⟸ قا θ = $\frac{1}{0}$ = غير معرف

ظا θ = $\frac{ص}{س}$ = $\frac{1}{0}$ غير معرف ⟸ ظتا θ = $\frac{0}{1}$ = صفر

---

③ $(-1 ، 0)$

الحل

جا θ = ، قتا θ =

جتا θ = ، قا θ =

ظا θ = ، ظتا θ =

---

④ $\left(\frac{1}{\sqrt{2}} ، \frac{-1}{\sqrt{2}}\right)$

الحل

جا θ = ، قتا θ =

جتا θ = ، قا θ =

ظا θ = ، ظتا θ =

الفكرة الثانية تحتاج معادلة

⑤ أ $\left(\frac{-1}{2} ، ص\right)$ حيث ص > ٠

الحل

∵ $س^2 + ص^2 = 1$

$\left(\frac{-1}{2}\right)^2 + ص^2 = 1$

$\frac{1}{4} + ص^2 = 1$

$ص^2 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

∴ ص = $\pm\sqrt{\frac{3}{4}} = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$

∵ ص > ٠ ∴ ص = $\frac{\sqrt{3}}{2}$

∴ أ $\left(\frac{-1}{2} ، \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

جا θ = $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ، قتا θ = $\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

جتا θ = $\frac{-1}{2}$ ، قا θ = $\frac{2}{-1} = -2$

ظا θ = $\frac{\sqrt{3}}{-1} = -\sqrt{3}$ ، ظتا θ = $\frac{-1}{\sqrt{3}}$

---

⑥ أ (−ص ، −ص) ، ص > ٠

الحل

$(-ص)^2 + (-ص)^2 = 1$

$ص^2 + ص^2 = 1$

$2ص^2 = 1$ ⟸ $ص^2 = \frac{1}{2}$

∴ ص = $\pm\sqrt{\frac{1}{2}} = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$

∵ ص > ٠ ∴ ص = $\frac{1}{\sqrt{2}}$

∴ أ $\left(\frac{-1}{\sqrt{2}} ، \frac{-1}{\sqrt{2}}\right)$

جا θ = $\frac{-1}{\sqrt{2}}$ ، قتا θ = $\frac{\sqrt{2}}{-1} = -\sqrt{2}$

جتا θ = $\frac{-1}{\sqrt{2}}$ ، قا θ = $-\sqrt{2}$

ظا θ = ١ ، ظتا θ = ١

⑦ أ(−س، س) حيث س > ٠

الحل

(−س)^٢ + (س)^٢ = ١

س^٢ + س^٢ = ١ ⟸ ٢س^٢ = ١

س^٢ = ١/٢ س = ± ١/√٢

∵ س > ٠ ∴ س = ١/√٢

∴ أ(− ١/√٢ ، ١/√٢)

جاθ = ١/√٢ ← قتاθ = √٢

جتاθ = −١/√٢ ← قاθ = −√٢

ظاθ = ١/√٢ ÷ −١/√٢ = −١ ← ظتاθ = −١/١ = −١

اشارات الدوال المثلثية



جا ، قتا موجبتان والباقى سالب	كل الدوال موجبة
ظا وظتا موجبتان والباقى سالب	جتا ، قا موجبتان والباقى سالب

كل جبار ظالم جتا داهية تافه

الفكرة الاولى مباشرة

مثال حدد اشارة كل من النسب المثلثية

① جا ١٢٠°

١٢٠° ⟸ فى الربع الثانى [جا موجبة]

② جتا ٩٧٠°

(٩٧٠ − ٣٦٠) = ٦١٠ − ٣٦٠ = ٢٥٠°

٢٥٠° فى الربع الثالث جتا سالبة

③ ظتا (−٣/٥ π)

(−٣/٥ × ١٨٠) = −١٠٨ + ٣٦٠ = ٢٥٢°

فى الربع الثالث ظا وظتا موجبتان

∴ الاشارة موجبة



انت ممكن تكتبها على الآلة وتشوف الاشارة وتريح نفسك

ومتنساش (π) فى النسب = ١٨٠°

الفكرة الثامنة
غير مباشرة

(١) إذا كان $(٠.٨ ، ص)$ نقطة تقاطع الضلع النهائي لزاوية موجهة قياسها θ في وضعها القياسي مع دائرة الوحدة حيث $٢٧٠° < \theta < ٣٦٠°$ فأوجد قيم جا θ ، ظتا θ ، قا θ

الحل

+ص ، -س ، +س ، -ص

$\because$ س^2 + ص^2 = ١

$(٠.٨)^2$ + ص^2 = ١

ص^2 = ١ − $(٠.٨)^2$ = ٠.٣٦

$\therefore$ ص = $\pm\sqrt{٠.٣٦}$ = $\pm$ ٠.٦

$\because$ $٢٧٠° < \theta < ٣٦٠°$

في الربع الرابع تكون س موجبة (جتا)، ص سالبة (جا)

$\therefore$ ص = −٠.٦

$\therefore$ $(٠.٨ ، −٠.٦)$

جا θ = −٠.٦

ظتا θ = $\frac{\text{جتا}\,\theta}{\text{جا}\,\theta}$ = $\frac{\text{س}}{\text{ص}}$ = $\frac{٠.٨}{−٠.٦}$ = $\frac{−٤}{٣}$

قا θ = $\frac{١}{\text{جتا}\,\theta}$ = $\frac{١}{\text{س}}$ = $\frac{١}{٠.٨}$ = $\frac{٥}{٤}$

(٢) أ$(س ، \frac{\sqrt{٣}}{٢})$ ، $٩٠° < \theta < ١٨٠°$

أوجد قيمة

جا θ قا θ ظا θ

الحل

$\because$ س^2 + ص^2 = ١

س^2 + $(\frac{\sqrt{٣}}{٢})^2$ = ١

س^2 + $\frac{٣}{٤}$ = ١

س^2 = ١ − $\frac{٣}{٤}$ = $\frac{١}{٤}$

س = $\pm\sqrt{\frac{١}{٤}}$ = $\pm\frac{١}{٢}$

$\because$ $٩٠° < \theta < ١٨٠°$

في الربع الثاني تكون (س) سالبة (جتا)

أ$(−\frac{١}{٢} ، \frac{\sqrt{٣}}{٢})$

جا θ = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

قا θ = $\frac{١}{\text{جتا}\,\theta}$ = $\frac{١}{(\frac{−١}{٢})}$ = $\frac{٢}{−١}$ = −٢

ظا θ = $\frac{\text{جا}\,\theta}{\text{جتا}\,\theta}$ = $\frac{\text{ص}}{\text{س}}$ = $\frac{\sqrt{٣}}{٢} \div \frac{−١}{٢}$

= $−\sqrt{٣}$

الدوال المثلثية لبعض الزوايا الخاصة

* أولاً ٣٠°، ٦٠°

المثلث: الوتر ٢ ، الضلع ١ ، القاعدة √٣ ، الزاويتان ٦٠° و ٣٠°

٦٠°	٣٠°
جا ٦٠° = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$	جا ٣٠° = $\frac{١}{٢}$
جتا ٦٠° = $\frac{١}{٢}$	جتا ٣٠° = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$
ظا ٦٠° = √٣	ظا ٣٠° = $\frac{١}{\sqrt{٣}}$

* ثانياً ٤٥°

المثلث: الوتر √٢ ، الضلعان ١ و ١ ، الزاويتان ٤٥° و ٤٥°

جا ٤٥ = $\frac{١}{\sqrt{٢}}$

جتا ٤٥ = $\frac{١}{\sqrt{٢}}$

ظا ٤٥ = ١

* ثالثاً الزوايا الربعية

دائرة الوحدة:
- ٩٠° : (جتا ، جا) = (٠ ، ١)
- صفر° ، ٣٦٠° : (جتا ، جا) = (١ ، ٠)
- ١٨٠° : (جتا ، جا) = (-١ ، ٠)
- ٢٧٠° : (جتا ، جا) = (٠ ، -١)

لو فهمت أنا ازاى كتبت الإحداثيات بتاعت دائرة الوحدة وعرفت إن جتا = س ، جا = ص هتعرف تفهم كويس جداً الجدول اللى هكتبه

١ الزاوية ٠° أو ٣٦٠° (١ ، ٠)

جا ٠° = ٠

جتا ٠° = ١

ظا ٠ = $\frac{جا}{جتا}$ = $\frac{٠}{١}$ = صفر

٢ الزاوية ٩٠° (٠ ، ١)

جا ٩٠° = ١

جتا ٩٠° = ٠

ظا ٩٠° = غير معرف

٣ الزاوية ١٨٠° (-١ ، ٠)

جا ١٨٠° = ٠

جتا ١٨٠° = -١

ظا ١٨٠° = صفر

٤ الزاوية ٢٧٠° (٠ ، -١)

جا ٢٧٠° = -١

جتا ٢٧٠° = ٠

ظا ٢٧٠° = غير معرف

في الجنة هناك بيوتا
تبنى بالذكر
فاذكروا الله كثيراً ♡.

مثال ٤ بدون استخدام الآلة أوجد قيمة كلاً من

١) $4 \text{ جا } 30° \text{ جا } 90° - \text{ جتا } 60° \text{ قا } 60° + 5 \text{ ظا } 45°$

الحل

$4 \times \frac{1}{2} \times 1 - 1 \times 2 + 5 \times 1$

$2 - 2 + 5 = 5$

٢) $\text{ جتا } 90° \text{ قتا } 30° + \text{ قا}^2 45° \text{ جا } 30° - \text{ جتا } 270° \text{ جا } 180°$

الحل

$0 \times 2 + (\sqrt{2})^2 \times \frac{1}{2} - 0 \times 0$

$0 + 2 \times \frac{1}{2} - 0 = 1$

٣) $3 \text{ جا } 30° \text{ ظا } 45° - 2 \text{ قا}^2 45° - \text{ ظا}^2 60° + \text{ جا } 60° \text{ ظا } 30°$

الحل

$3 \times \frac{1}{2} \times 1 - 2 \times (\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3})^2 + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\frac{3}{2} - 4 - 3 + \frac{1}{2} = -5$

٤) $3 \text{ ظا}^2 30° + \frac{4}{3} \text{ جتا}^2 30° - \frac{1}{8} \text{ قا}^4 60°$

الحل

$3 \times \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 + \frac{4}{3} \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \frac{1}{8} \times \left(\frac{2}{1}\right)^4$

$3 \times \frac{1}{3} + \frac{4}{3} \times \frac{3}{4} - \frac{1}{8} \times 16$

$1 + 1 - 2 = \text{صفر}$

٥) اثبت أن

$\text{ جتا } \frac{\pi}{2} = \text{ جتا}^2 \frac{\pi}{4} - \text{ جا}^2 \frac{\pi}{4}$

الحل

الطرف الايمن $= \text{ جتا } (\frac{\pi}{2}) = \text{ جتا } (\frac{180}{2}) = \text{ جتا } 90°$

$\text{ جتا } 90° = 0$

الطرف الايسر $= \text{ جتا}^2 (\frac{180}{4}) - \text{ جا}^2 (\frac{180}{4})$

$= \text{ جتا}^2 45 - \text{ جا}^2 45$

$(\frac{1}{\sqrt{2}})^2 - (\frac{1}{\sqrt{2}})^2 = \text{صفر}$

∴ الطرفان متساويان

٦) أوجد قيمة س التى تحقق أن

$\text{س جا } \frac{\pi}{6} \text{ جتا}^2 \frac{\pi}{4} = \text{ جتا}^2 30° \text{ جا } \frac{\pi}{2}$

الحل

∴ $\text{س جا } 30° \text{ جتا}^2 45° = \text{ جتا}^2 30° \text{ جا } 90°$

∴ $\text{س} \times \frac{1}{2} \times (\frac{1}{\sqrt{2}})^2 = (\frac{\sqrt{3}}{2})^2 \times 1$

$\text{س} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

∴ $\text{س} = \frac{3}{4} \div (\frac{1}{4})$

∴ $\text{س} = 3$

* عندك طريقتين
* تقسم على المعامل
* أو تضرب فى المعكوس الضربى للمعامل

اختبر على الدرس ٣

① إذا كان جا θ = -١ ، جتا θ = ٠ فإن θ = ...

(أ) $\frac{\pi}{2}$ (ب) π (جـ) $\frac{3\pi}{2}$ (د) 2π

② إذا كانت قتا θ = ٢ حيث θ حادة فإن θ = ...

(أ) ١٥° (ب) ٣٠° (جـ) ٤٥° (د) ٦٠°

جا θ = $\frac{1}{2}$

③ إذا كان ظتا θ = ١ فإن θ = ...°

(أ) ٦٠° (ب) ٣٠° (جـ) ٤٥° (د) ٩٠°

④ إذا كان جتا θ = $\frac{\sqrt{3}}{2}$ فإن جا θ = ...

(أ) $\frac{1}{2}$ (ب) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (جـ) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ (د) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

θ = ٣٠° ∴ جا ٣٠ = $\frac{1}{2}$

⑤ إذا كان جتا θ = $\frac{1}{2}$ ، جا θ = $\frac{\sqrt{3}}{2}$ فإن θ = ...

(أ) $\frac{\pi}{3}$ (ب) $\frac{5\pi}{6}$ (جـ) $\frac{5\pi}{3}$ (د) $\frac{11\pi}{6}$

⑥ إذا كان ب△ وكان ق(أ̂) = ٢ ق(جـ̂) فإن قا أ + قتا جـ = ...

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) ٨

ق(أ̂) = ٦٠° ، ق(جـ̂) = ٣٠°

جا ٦٠ = $\frac{1}{\text{جتا } 60}$ = ٢ ، قتا ٣٠ = $\frac{1}{\text{جا } 30}$ = ٢

٢ + ٢ = ٤

⑦ إذا كان أ هي أكبر زاوية حادة في مثلث أطوال أضلاعه ٥ ، ١٢ ، ١٣ سم فإن ظتا أ = ...

(أ) $\frac{12}{13}$ (ب) $\frac{5}{13}$ (جـ) $\frac{5}{12}$ (د) $\frac{12}{5}$

دى زاوية حادة في مثلث قائم

ظتا أ = $\frac{\text{المجاور}}{\text{المقابل}}$ = $\frac{5}{12}$

⑧ في الشكل المقابل

د ب جتا ب + د جـ جتا جـ = ...

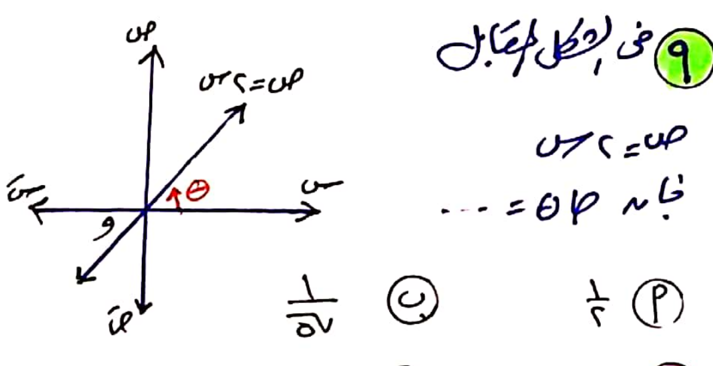
(أ) ٦ (ب) ٨ (جـ) ١٤ (د) ٤٨

$\frac{6}{\text{أب}} \times \text{أب} + \frac{8}{\text{أجـ}} \times \text{أجـ} = 6 + 8 = 14$

⑨ في الشكل المقابل

ص = ٢ س

فإن جا θ = ...



(أ) $\frac{1}{2}$ (ب) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ (جـ) ٨٩ ر٠ (د) $\frac{1}{4}$

الميل = ٢ ∴ ظا θ = ٢ ∴ θ = ظا⁻¹ ٢ = □

جا □ = ٨٩ ر٠

إذا خدعك شخص فهو حقير
وان خدعك مره اخرى فهو أحقر
وان خدعك مرة ثالثة



فـــ أنت مسخره الصراحه



١ ابحث إشارة

١) جا ٧٠°

٢) ظا ١٢٠°

٣) قتا ١٢٠٠°

٤) ظا ٤١٠°

٢ أوجد جميع النسب المثلثية ل θ

١) ($\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{\sqrt{٥}}{٣}$)

٢) (٠٫٦ ، −٠٫٨)

٣) (−١ ، ٠)

٣ أوجد النسب المثلثية إذا كان

١) م(س ، $\frac{١}{٢}$) ، س > ٠

٢) م(٠٫٦ ، ص) ، ص < ٠

٣) م(س ، −س) ، س > ٠

٤) م(−س ، −س) ، س < ٠

٤ أوجد قيمة ما يلي

١) جا ٠° + جا ٢٧٠° + جا ٩٠° + جا ١٨٠°

٢) ظا² ٣٠° + ٢ جا² ٤٥° + جتا² ٩٠°

٣) جتا $\frac{\pi}{٢}$ جتا ٠ + جا $\frac{٣\pi}{٢}$ جا $\frac{\pi}{٢}$

٤) ٣ جا ٣٠° جا² ٦٠° − جتا ٠° قا ٦٠° + جا ٢٧٠° جتا² ٤٥°

٥ اثبت أن

١) جا ٦٠° جتا ٣٠° − جتا ٦٠° جا ٣٠° = جا² $\frac{\pi}{٤}$

٢) جتا $\frac{\pi}{٢}$ = جتا² $\frac{\pi}{٤}$ − جا² $\frac{\pi}{٤}$

٣) ٢ جا² ٩٠° = −٢ جتا ١٨٠°

٦ أوجد قيمة س إذا كان

١) س جا² $\frac{\pi}{٤}$ جتا π = ظا² $\frac{\pi}{٣}$ جا $\frac{٣\pi}{٢}$

٢) س جا $\frac{\pi}{٤}$ جتا $\frac{\pi}{٤}$ قتا $\frac{\pi}{٦}$ = ظا² $\frac{\pi}{٤}$ − جتا² $\frac{\pi}{٣}$

من قال سبحان الله وبحمده غرست له نخلة في الجنة

لا حول ولا قوة إلا بالله كنز من كنوز الجنة

ألتزموا من ذكر الله حتى لا يشغلكم الشيطان ويضيع عليكم أوقات المذاكرة.

وفقكم الله

الدرس الرابع
الزوايا المنتسبة

الأول: θ ، 90°
الثاني: $180 - \theta$ ، $\theta + 90$
الثالث: $\theta + 180$ ، $\theta - 270$
الرابع: $360 - \theta$ ، $\theta + 270$

180° ، 360° ، 270°

لاحظ أن

لا إضافى الربع الثاني

١) $\sin(180 - \theta) = \sin\theta$ (جا)
٢) $\cos(180 - \theta) = -\cos\theta$ (جتا)
٣) $\tan(180 - \theta) = -\tan\theta$ (ظا)

فى الربع الثالث

١) $\sin(180 + \theta) = -\sin\theta$
٢) $\cos(180 + \theta) = -\cos\theta$
٣) $\tan(180 + \theta) = \tan\theta$

فى الربع الرابع

١) $\sin(360 - \theta) = -\sin\theta$
٢) $\cos(360 - \theta) = \cos\theta$
٣) $\tan(360 - \theta) = -\tan\theta$

الزاوية $(-\theta)$ تكافئ $(360 - \theta)$ يعنى فى الربع الرابع

١) $\sin(-\theta) = -\sin\theta$
٢) $\cos(-\theta) = \cos\theta$
٣) $\tan(-\theta) = -\tan\theta$

الزاويتين $90^\circ \pm \theta$ ، $270^\circ \pm \theta$ بتعمل تغيير تلقائي

جا ← جتا ، جتا ← جا

فى الربع الثاني

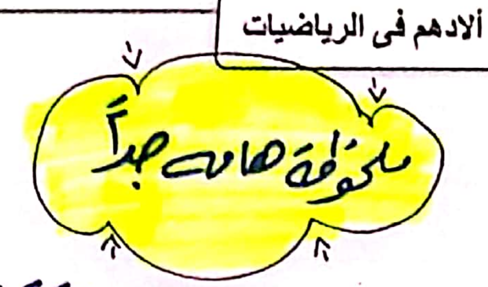
١) $\sin(90 + \theta) = \cos\theta$
٢) $\cos(90 + \theta) = -\sin\theta$
٣) $\tan(90 + \theta) = -\cot\theta$ (ظتا)

فى الربع الثالث

١) $\sin(270 - \theta) = -\cos\theta$
٢) $\cos(270 - \theta) = -\sin\theta$
٣) $\tan(270 - \theta) = \cot\theta$

فى الربع الرابع

١) $\sin(270 + \theta) = -\cos\theta$
٢) $\cos(270 + \theta) = \sin\theta$
٣) $\tan(270 + \theta) = -\cot\theta$



ده ملخص للزوايا اللى هتقابلك

١٢٠° = (١٨٠° − ٦٠°)

١٣٥° = (١٨٠° − ٤٥°)

١٥٠° = (١٨٠ − ٣٠°)

٢١٠° = (١٨٠° + ٣٠°)

٢٢٥° = (١٨٠ + ٤٥°)

٢٤٠° = (١٨٠° + ٦٠°)

٣٠٠° = (٣٦٠° − ٦٠°) = − ٦٠°

٣١٥° = (٣٦٠° − ٤٥°) = − ٤٥°

٣٣٠° = (٣٦٠° − ٣٠°) = − ٣٠°

لاحظ

أنا عملتهم بدلالة ١٨٠° لأنها أسهل مفيهاش تغيير شئ بتكون أسهل من ٩٠° أو ٢٧٠°

وتحفظ الصفحة اللى فاتت واشارات الدوال وانت تبقى ممتاز إن شاء الله





أوجد قيمة ما يأتى

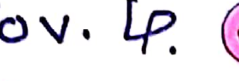

١ جتا ٢٤٠°

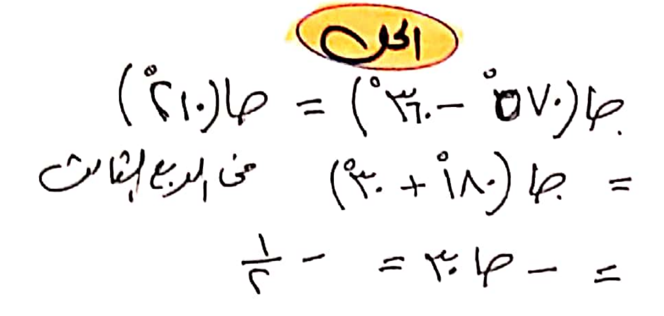
الحل

جتا (١٨٠ + ٦٠)° في الربع الثالث

= − جتا ٦٠ = − ١/٢

٢ جا ٥٧٠°





جا(٥٧٠° − ٣٦٠°) = جا(٢١٠°)

= جا (١٨٠° + ٣٠°) في الربع الثالث

= − جا ٣٠ = − ١/٢

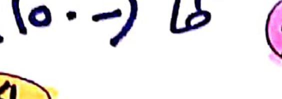

٣ ظتا ١٣٥°

الحل

ظتا (١٨٠° − ٤٥°) في الربع الثاني

= − ظتا ٤٥ = − ١

٤ ظا (−١٥٠°)



ظا (−١٥٠ + ٣٦٠°) = ظا(٢١٠°)

= ظا (١٨٠ + ٣٠) = ظا ٣٠ = $\frac{1}{\sqrt{3}}$



بدون إستخدام الآلة أوجد قيمة كلاً مما



جتا (-١٥٠°) جا ٦٠٠° + جتا (٢ط/٣) جا ٣٣٠° - قا (-٥ط/٤) ظا ٩٠٠°

الحل

هنحول السالب لقياس موجب + ٣٦٠°

والى أكبر من ٣٦٠° هنطرح منه ٣٦٠°

جتا (-١٥٠° + ٣٦٠°) جا (٦٠٠° - ٣٦٠°) + جتا (٢×١٨٠/٣) جا ٣٣٠° - قا (٥×١٨٠/٤) ظا (٩٠٠° - ٣٦٠° - ٣٦٠° = ١٨٠°)

جتا ٢١٠° جا ٢٤٠° + جتا ١٢٠° جا ٣٣٠° - قا ٢٢٥° ظا ١٨٠°

جتا (١٨٠° + ٣٠°) جا (١٨٠° + ٦٠°) + جتا (١٨٠° - ٦٠°) جا (٣٦٠° - ٣٠°) - قا ٢٢٥° × صفر

(-جتا ٣٠°) × (-جا ٦٠°) + (-جتا ٦٠°) × (-جا ٣٠°) - صفر

[-√٣/٢ × -√٣/٢] + [-١/٢ × -١/٢] - صفر = ٣/٤ + ١/٤ = ١



جا ١٥٠° جتا (-٣٠٠°) + جتا ٩٣٠° ظتا ٢٤٠°

الحل

جا ١٥٠° جتا (-٣٠٠° + ٣٦٠°) + جتا (٩٣٠° - ٣٦٠° - ٣٦٠°) ظتا ٢٤٠°

جا (١٨٠° - ٣٠°) جتا (٦٠°) + جتا ٢١٠° ظتا (١٨٠° + ٦٠°)

جا ٣٠° جتا ٦٠° + (-جتا ٣٠°) (ظتا ٦٠°)

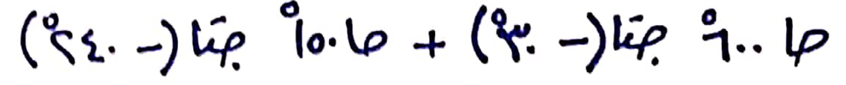
١/٢ × ١/٢ - √٣/٢ × ١/√٣ = ١/٤ - ١/٢ = -١/٤

جتا ٢١٠° = جتا (١٨٠° + ٣٠°)

ظا ٦٠° = √٣

ظتا ٦٠° = ١/√٣

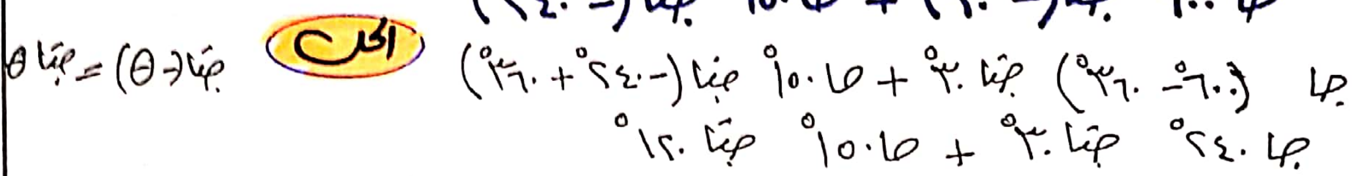
مثال ٤



جا ٦٠٠° جتا (-٣٠°) + جا ١٥٠° جتا (-٢٤٠°)

الحل

جتا (-θ) = جتا θ



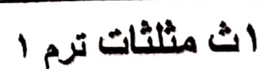
جا (٦٠٠° - ٣٦٠°) جتا ٣٠° + جا ١٥٠° جتا (-٢٤٠° + ٣٦٠°)

جا ٢٤٠° جتا ٣٠° + جا ١٥٠° جتا ١٢٠°

جا (١٨٠° + ٦٠°) جتا ٣٠° + جا (١٨٠° - ٣٠°) جتا (١٨٠° - ٦٠°)

(-جا ٦٠°) جتا ٣٠° + جا ٣٠° (-جتا ٦٠°)

[-√٣/٢ × √٣/٢] + [١/٢ × -١/٢] = -٣/٤ - ١/٤ = -١





١) إذا كان جا α = جتا β فإن $\alpha \pm \beta$ = ٩٠° + ٣٦٠° ن

٢) قتا α = قا β فإن $\alpha \pm \beta$ = ٩٠ + ٣٦٠° ن

٣) ظا α = ظتا β فإن $\alpha + \beta$ = ٩٠° + ١٨٠° ن

حيث ن = ٠، ١، ٢، ... ن ∈ ص

مثال ١: أوجد مجموعة حل المعادلة: جتا ٢θ = جا ٤θ حيث θ ∈] ٠، $\frac{\pi}{2}$ [

$\frac{\pi}{2} = \frac{180}{2}$ = ٩٠°

الحل

∵ جا ٤θ = جتا ٢θ

∴ (٤θ ± ٢θ) = ٩٠ + ٣٦٠° ن

إما ٦θ = ٩٠° + ٣٦٠° ن

عندما ن = ٠ ← ٦θ = ٩٠° + ٣٦٠ × ٠

٦θ = ٩٠ ∴ $\theta = \frac{90}{6}$ = ١٥° تحقق

عندما ن = ١ ← ٦θ = ٩٠ + ٣٦٠ × ١

٦θ = ٤٥٠

$\theta = \frac{450}{6}$ = ٧٥° تحقق

عندما ن = ٢

٦θ = ٩٠ + ٣٦٠ × ٢ = ٨١٠°

$\theta = \frac{810}{6}$ = ١٣٥° مرفوض

أو ٢θ = ٩٠° + ٣٦٠° ن

ن = ٠ ← ٢θ = ٩٠° + ٠

٢θ = ٩٠° ← $\theta = \frac{90}{2}$ = ٤٥° تحقق

عندما ن = ١ ∴ ٢θ = ٩٠ + ٣٦٠ × ١

٢θ = ٤٥٠

$\theta = \frac{450}{2}$ = ٢٢٥° مرفوض

∴ م.ح = {١٥°، ٤٥°، ٧٥°}

٢) حل إذا كان جا (٣θ + ٢٠°) = جتا (θ - ٣٠°) حيث θ ∈] ٠، ٩٠ [

الحل

إما ٣θ + ٢٠ + θ - ٣٠ = ٩٠° + ٣٦٠ ن

عندما ن = ٠ ← ٤θ - ١٠° = ٩٠°

٤θ = ١٠٠°

θ = ٢٥° ولكن عند ن = ١ لا تحقق

أو ٣θ + ٢٠° - (θ - ٣٠°) = ٩٠° + ٣٦٠ ن

عندما ن = ٠ ← ٢θ + ٥٠° = ٩٠°

٢θ = ٤٠° ∴ θ = ٢٠°

∴ قيم θ هي ٢٥°، ٢٠°

مثال ٦ إذا كان ظا θ = ظتا ٢θ أوجد قيم θ حيث θ ∈]٠ ، π[

الحل

θ + ٢θ = ٩٠ + ١٨٠ ن

٣θ = ٩٠ + ١٨٠ ن

عندما ن = ٠ ∴ ٣θ = ٩٠°

∴ θ = ٩٠ / ٣ = ٣٠° تحقق

عندما ن = ١ ∴ ٣θ = ٩٠° + ١٨٠°

٣θ = ٢٧٠° ∴ θ = ٩٠° تحقق

عندما ن = ٢ ∴ ٣θ = ٩٠ + ٣٦٠°

٣θ = ٤٥٠° ∴ θ = ١٥٠° تحقق

عندما ن = ٣ ∴ ٣θ = ٩٠° + ٥٤٠°

٣θ = ٦٣٠ ∴ θ = ٢١٠° مرفوض

∴ قيم θ هي = {٣٠° ، ٩٠° ، ١٥٠°}

مثال ٧ أوجد مجموعة حل كل من المعادلات التالية

١ ٢ جا θ − ١ = ٠ ، θ ∈]٠ ، π/٢[

الحل

٢ جا θ = ١ ∴ جا θ = ١/٢

جا موجبة في الأول والثاني

لكن θ ∈ للربع الأول

∴ shift sin (½)

θ = ٣٠° م.ح = {٣٠°}

---

٢ ٢ جتا θ − ١ = ٠ ، θ ∈]٠ ، ٢π[

الحل

٢ جتا θ = ١ جتا θ = ١/٢

جتا موجبة في الأول أو الرابع

الأول: ٦٠°

الرابع: ٣٦٠° − ٦٠° = ٣٠٠°

∴ م.ح = {٦٠° ، ٣٠٠°}

---

٣ ٢ جتا (π/٢ − θ) = ١ ← تغيير ثاني

٢ جا θ = ١

جا θ = ١/٢ في الأول أو الثاني

الأول: ٣٠°

الثاني: ١٨٠° − ٣٠° = ١٥٠°

∴ م.ح = {٣٠° ، ١٥٠°}

---

٤ ٤ جتا² θ − ٣ = ٠ ، θ ∈]٠ ، ٢π[

الحل

٤ جتا² θ = ٣ جتا² θ = ٣/٤

جتا θ = ± √(٣/٤) = ± √٣ / ٢

يعني موجبة (الأول والرابع)

سالبة (الثاني والثالث)

{٣٠° ، ١٨٠° − ٣٠° ، ١٨٠° + ٣٠° ، ٣٦٠° − ٣٠°}

= {٣٠° ، ١٥٠° ، ٢١٠° ، ٣٣٠°}

اختبر الدرس ٤

(١) جتا θ + جتا (١٨٠ + θ) = ...

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ جتا θ (د) جتا θ

جتا θ − جتا θ = ٠

(٢) إذا كان θ هى قياس الزاوية فى وضعها القياسى وكان ضلعها النهائى يقطع دائرة الوحدة فى (س ، −س) حيث س > ٠ فإن θ = ...

(أ) ٤٥° (ب) ١٣٥° (جـ) ٢٢٥° (د) ٣١٥°

(+ ، −) فى الربع الرابع

(٣) إذا كان جا α = جتا β فإن ظا (α + β) = ...

(أ) ١ (ب) −١ (جـ) غير معرف (د) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

α + β = ٩٠° ، ظا ٩٠ غير معرف

(٤) إذا كان جا ٢θ = جتا ٤θ حيث θ زاوية حادة موجبة فإن ظا (٩٠° − ٣θ) = ...

(أ) −١ (ب) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (جـ) ١ (د) $\sqrt{3}$

(٥) إذا كان أ ب جـ د شكل رباعى دائرى وكان جا أ = $\frac{3}{5}$ فإن جا جـ = ...

(أ) $\frac{3}{5}$ (ب) $-\frac{3}{5}$ (جـ) $\frac{4}{5}$ (د) $-\frac{4}{5}$

فى الرباعى الدائرى كل زاويتين متقابلتين مجموعهما ١٨٠

∴ جا جـ = جا (١٨٠ − أ) = جا أ = $\frac{3}{5}$

(٦) إذا كان ٧ س = $\frac{\pi}{2}$ فإن

$\frac{\text{جا } ٣ س}{\text{جتا } ٤ س} + \frac{\text{ظا } ٢ س}{\text{ظتا } ٥ س} = ...$

(أ) −٢ (ب) −١ (جـ) ١ (د) ٢

∵ ٧ س = ٩٠° ∴ جا ٣ س = جتا ٤ س

، ظا ٢ س = ظتا ٥ س

∴ ١ + ١ = ٢

(٧) جتا ٤٥° × جتا ٤٦° × جتا ٤٧° × ... × جتا ١٣٥° = ...

(أ) صفر (ب) −١ (جـ) ١ (د) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

لأنها تحتوى على جتا ٩٠° = ٠

(٨) إذا كان جتا² θ = ١ فإن θ = ... حيث ن ∈ ص

(أ) ن π (ب) $\frac{ن}{2}$ π (جـ) ٢ن π (د) (٢ن+١) π

جتا θ = ±١ ، ٠ أو ١٨٠° أو ٣٦٠° وهكذا

= ن π

(٩) فى الشكل المقابل

ص = $-\frac{3}{4}$ س + ٥

فإن ... = ...

الميل = فرق الصادات / فرق السينات

∴ ظا θ = $\frac{4}{3}$



١ أوجد قيمة

① جا ٢٤٠°
② ظا ١٣٥°
③ قتا $\frac{11\pi}{6}$
④ جتا (−٩٠٠°)
⑤ ظا ٤٩٠°
⑥ جتا (−٦٠°)

٢ أوجد قيمة

① جا ١٥٠° ظا ٢٢٥° + جتا ٣٠٠° قا(−٢٠٠°) + جا (−١٣٥°) قتا(٢١٠°)

② جا ٦٠٠° جتا −٣٠° + جا ١٥٠° جتا (−٢٤٠°)

٣ أوجد إحدى قيم θ ∈]٠، ٩٠[

① جا (٣θ + ١٥°) = جتا (٢θ − ٥°)
② ظا (θ + ٢٠°) = ظتا (٣θ + ٣٠°)
③ جتا ($\frac{θ + ٢٠°}{٢}$) = جا ($\frac{θ + ٤٠}{٢}$)

٤ حل المعادلات التالية]٠، ٢π[

① ٢ جتا θ + ١ = ٠
② ٢جتا θ − √٣ = ٠
③ √٣ قتا θ = −٢
④ ٥ ظا θ − ٥ = ٠

٥ أكمل

① جا ٣٠° = جتا ---
② ظا ٤٢° = ظتا ---
③ قا ٣٠° = قتا ---
④ قتا ١٢° = قا ---
⑤ قتا (٣٦٠° − θ) =
⑥ إذا كان جا θ = جتا θ حيث θ ∈]٠، $\frac{\pi}{2}$[فإن θ = ---
⑦ إذا كان جتا θ = جا ٢θ حيث θ زاوية حادة موجبة فإن جا ٣θ = ---
⑧ إذا كان ظتا ٢θ − ظا θ = ٠ حيث θ ∈]٠، $\frac{\pi}{2}$[فإن θ = ---°
⑨ إذا كان جا α = جتا β فإن ظا (α+β) = --- غير معرف

احرص دائماً على رضا والديك وعلى صلات الأرحام.

لا تنسونا من صالح الدعاء.

الدرس الخامس
التمثيل البيانى للدوال المثلثية

كل من الدالتين

د(θ) = ٩ جا ب θ ، د(θ) = ٩ جتا ب θ

* دورتها = $\frac{٢\pi}{|ب|}$
* ومداها = [-٩ ، ٩]

والمجال دائماً]-∞ ، ∞[يعنى ح

أمثلة

١) د(θ) = ٢ جا θ

دورتها = ٢π

ومداها = [-٢ ، ٢]

القيمة العظمى = ٢ والقيمة الصغرى = -٢

٢) د(θ) = ٣ جتا ٢θ

دورتها = $\frac{٢\pi}{٢}$ = π

ومداها = [-٣ ، ٣]

القيمة العظمى = ٣ القيمة الصغرى = -٣

٣) د(θ) = جا -٣θ

دورتها = $\frac{٢\pi}{٣}$

مداها [-١ ، ١]

٤) د(θ) = ٧ جتا -٤θ

دورتها = $\frac{٢\pi}{٤}$ = $\frac{\pi}{٢}$

ومداها = [-٧ ، ٧]

القيمة العظمى = ٧ القيمة الصغرى = -٧

٥) د(θ) = ٥ ظا θ

دورتها =

مداها =

٦) د(θ) = ٣ جتا ٧θ

دورتها =

مداها =

القيمة العظمى = الصغرى =

المجال = - - -

٧) د(θ) = ٣ جا(-٨θ)

دورتها =

مداها =

القيمة العظمى = - - - الصغرى = - - -

المجال = - - -

د(θ) = ظا θ

دورتها =

مداها =

د(θ) = جتا θ

دورتها =

مداها =

اختر

١) مدى الدالة د: د(θ) = جا θ هو ....

(أ) {-١ ، ١}　(ب) [-١ ، ١]　(ج)]-١ ، ١[　(د)]-∞ ، ∞[

٢) القيمة العظمى للدالة ع: ع(θ) = ٥ جتا θ هي ....

(أ) صفر　(ب) ٥　(ج) ∞　(د) ١

٣) الدالة د: د(θ) = ٢ جا ٤ θ دورتها ....

(أ) 2π　(ب) π　(ج) $\frac{\pi}{2}$　(د) $\frac{\pi}{4}$

$\frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$

٤) الشكل المقابل يمثل ص = د(س) فإن

ص ، س ، و ، ٢ ، -٢ ، $\frac{\pi}{2}$ ، π

(أ) ص = ٢ جا س　(ب) ص = جا ٢س　(ج) ص = ٢ جا ٢س　(د) ص = جا س

المنحنى يمر بنقطة الأصل جا(٠) = ٠

مداها [-٢ ، ٢]　دورتها π　$\frac{2\pi}{2} = \pi$

٥) الشكل المقابل

ص ، س ، ١ ، $-\frac{\pi}{2}$ ، $\frac{\pi}{2}$ ، $\frac{3\pi}{2}$

(أ) ص = جا θ　(ب) ص = جتا θ　(ج) ص = ٢ جتا θ　(د) ص = ٢ جا θ

٦) الدالة ص = جا($\frac{\pi}{4}$ + س) تبلغ أقصى قيمة لها عند س = ...

(أ) $\frac{\pi}{2}$　(ب) $-\frac{\pi}{2}$　(ج) $\frac{\pi}{4}$　(د) صفر

أقصى قيمة ١ جا ٩٠ = ١ ∴ س = ٤٥ = $\frac{\pi}{4}$

٧) إذا كانت د(س) = أ جتا ب س حيث أ > ٠ دورتها $\frac{\pi}{2}$ ومداها [-١ ، ١] فإن $\frac{أ}{ب}$ = ...

(أ) $\frac{١}{٢}$　(ب) $\frac{-١}{٤}$　(ج) $\frac{-١}{٢}$　(د) $\frac{١}{٤}$

أ = ١　$\frac{2\pi}{ب} = \frac{\pi}{2}$ ∴ ب = ٤ ∴ $\frac{أ}{ب} = \frac{١}{٤}$

٨) عدد مرات تقاطع المنحنى ص = جا ٣ س مع محور السينات في [٠ ، ٢π] يساوي ....

(أ) ٢　(ب) ٣　(ج) ٤　(د) ٧

دورتها = $\frac{2\pi}{3}$ = ١٢٠° بيقطع فيها مرتين $\frac{٣٦٠}{١٢٠}$ = ٣

٣ × ٢ = ٦ + ١ عند الصفر = ٧

وهما عند ٠ ، ٦٠ ، ١٢٠ ، ١٨٠ ، ٢٤٠ ، ٣٠٠ ، ٣٦٠°

هنيئاً..

لمن بات والناس يدعون له،

وويل لمن نام والناس يدعون عليه،

وبشرى لمن أحبته القلوب،

وخسارة لمن لعنته الألسن.

يارب سخر لنا من عبادك

من يدعون لنا بالخير..

الدرس السادس

إيجاد قياس زاوية بمعلومية احدى نسبها المثلثية

الخطوات

١) تحديد الربع الذى تقع فيه θ حسب الإشارة.

٢) نوجد قياس الزاوية الحادة

shift sin   shift cos   shift tan

بدون إشارة

٣) ننسب الزاوية للربع الذى تقع فيه

* الأول: كما هى
* الثانى: ١٨٠ − α
* الثالث: ١٨٠ + α
* الرابع: ٣٦٠ − α

١٨٠ − θ	θ
١٨٠ + θ	٣٦٠ − θ

مثال ١

أوجد قيمة θ إذا كان

١) جا θ = $\frac{1}{2}$

الحل

الإشارة موجبة ∴ الزاوية فى الربع الأول او الثانى

نوجد الزاوية الحادة

$shift\ sin\ \frac{1}{2} = 30^\circ$

الأول: ٣٠° الثانى: ١٨٠ − ٣٠ = ١٥٠°

∴ θ = ٣٠° أو ١٥٠°

٢) جتا θ = $-\frac{1}{\sqrt{2}}$

الحل

جتا θ سالبه فى الثانى والثالث

$shift\ cos\ \frac{1}{\sqrt{2}} = 45^\circ$

الثانى: ١٨٠ − ٤٥ = ١٣٥° الثالث: ١٨٠ + ٤٥ = ٢٢٥°

∴ θ = ١٣٥° أو ٢٢٥°

٣) ظا θ = $-\sqrt{3}$

الحل

ظا θ سالبه فى الثانى والرابع

$shift\ tan\ \sqrt{3} = 60^\circ$

الثانى: ١٨٠ − ٦٠ = ١٢٠° الرابع: ٣٦٠ − ٦٠ = ٣٠٠°

∴ θ = ١٢٠° أو ٣٠٠°

٤) جا θ = $-\frac{1}{2}$ حيث θ أصغر زاوية موجبة

الحل

جا θ سالبه فى الثالث والرابع

١٨٠ + ٣٠ = ٢١٠° أو ٣٦٠ − ٣٠ = ٣٣٠°

∵ θ أصغر زاوية موجبة ∴ θ = ٢١٠°

مثال ٢ أوجد θ حيث $٠° < θ < ٣٦٠°$ والتى تحقق جا θ = ٠٫٧٤٢١

الحل

جا θ موجبة فى الأول والثانى

θ = shift sin 0.7421 = 47° 55′

فى الأول = ٤٧° ٥٥′

فى الثانى = ١٨٠ − ٥٥′ ٤٧° = ١٣٢° ٥′

مثال ٣ إذا قطع الضلع النهائى لزاوية موجبة قياسها θ فى وضعها القياسى دائرة الوحدة فى النقطة ب($\frac{-٦}{١٠}$ ، $\frac{٨}{١٠}$) فأوجد ق(θ) حيث $٠° < θ < ٣٦٠°$

الحل

جا θ = $\frac{٨}{١٠}$ — الأول ، الثانى

جتا θ = $\frac{-٦}{١٠}$ — الثانى ، الثالث

∴ الزاوية تقع فى الربع الثانى

Shift sin $\frac{8}{10}$ = ٥٣° ٧′ ٤٨″

∴ θ = ١٨٠° − ٤٨″ ٧′ ٥٣° = ١٢٦° ٥٢′ ١٢″

ثلاثيات فيثاغورث

٣	٤	٥
٦	٨	١٠
٩	١٢	١٥
١٥	٢٠	٢٥
٥	١٢	١٣
٨	١٥	١٧

مثال ٤ أوجد الدوال المثلثية لكل مما

١) جا θ = $\frac{-٨}{١٧}$ حيث $٢٧٠° < θ < ٣٦٠°$

الحل

خليك فاكر إنه انت شغال فى الربع الرابع يعنى جتا موجبة ، (جا وظا) سالبتين

(مثلث: وتر ١٧ ، مقابل ٨ ، مجاور ١٥ ، θ)

من فيثاغورث ∴ المجاور = $\sqrt{(١٧)^2 - (٨)^2}$ = ١٥

جا θ = $\frac{-٨}{١٧}$

جتا θ = $\frac{١٥}{١٧}$

ظا θ = $\frac{-٨}{١٥}$

٢) ظا β = $\frac{٥}{١٢}$ حيث β أكبر زاوية موجبة ، $٠ < β < ٣٦٠°$

الحل

∴ ظا β موجبة ∴ تقع فى الأول أو الثالث

∵ β أكبر زاوية موجبة

∴ β فى الربع الثالث

(مثلث: وتر ١٣ ، مقابل ٥ ، مجاور ١٢ ، β)

من فيثاغورث ∴ الوتر = $\sqrt{(٥)^2 + (١٢)^2}$ = ١٣

∴ جا β = $\frac{-٥}{١٣}$

جتا β = $\frac{-١٢}{١٣}$

ظا β = $\frac{٥}{١٢}$

ونحط إشارات الربع الثالث

اختبر

(١) إذا كان ص = جتا θ فإن θ = ...

(أ) $جا^{-1}$ ص (ب) $جتا^{-1}$ ص

(ج) $ظا^{-1}$ ص (د) $جتا^{-1}$ θ

---

(٢) إذا كان θ = $ظا^{-1}(\frac{-1}{\sqrt{3}})$ ، ٩٠° < θ < ١٨٠°

فإن θ = ...

(أ) ٣٠° (ب) ١٢٠° (ج) ١٥٠° (د) ٢١٠°

---

(٣) إذا كان θ = $جا^{-1}\frac{\sqrt{3}}{2}$ حيث θ أصغر زاوية موجبة فإن θ = ...

(أ) ٦٠° (ب) ١٢٠° (ج) ٢٤٠° (د) ٣٠٠°

---

(٤) القياس الستينى لأصغر زاوية موجبة تحقق $جا^{-1}$(-٦ر٠) هو ....

(أ) ٣٦° ٥٢َ (ب) ١٤٣° ٨َ

(ج) ٢١٦° ٥٢َ (د) ٣٢٣° ٨َ

فى الربع الثالث ١٨٠ + $جا^{-1}$ ٦ر٠ =

---

(٥) فى الشكل المقابل

ق(∠أ ب ج) = ...

أ، ب، ج، ٣سم، ٤سم

(أ) $جا^{-1}(\frac{3}{4})$ (ب) $جا^{-1}(\frac{4}{3})$

(ج) $ظا^{-1}(\frac{3}{4})$ (د) $ظتا^{-1}(\frac{3}{4})$

ظا ب = $\frac{3}{4}$ ∴ ب = $ظا^{-1}\frac{3}{4}$

---

(٦) جا ($جتا^{-1}(\frac{\sqrt{3}}{2})$) = ...

(أ) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (ب) $\frac{1}{2}$ (ج) ٣٠° (د) ٦٠°

$جتا^{-1}\frac{\sqrt{3}}{2}$ = ٣٠° ∴ جا ٣٠° = $\frac{1}{2}$

---

(٧) قتا ($جتا^{-1}$ ٠) = ...

(أ) ١ (ب) -١ (ج) $\frac{\pi}{2}$ (د) صفر

$جتا^{-1}$ ٠ = ٩٠° قتا ٩٠ = $\frac{1}{جا ٩٠}$ = $\frac{1}{1}$ = ١

---

(٨) $ظا^{-1}(\frac{1}{\sqrt{3}})$ + $ظتا^{-1}\sqrt{3}$ = ...

(أ) $\frac{\pi}{3}$ (ب) $\frac{\pi}{2}$ (ج) $\frac{2\pi}{3}$ (د) $\frac{\pi}{6}$

$ظا^{-1}(\frac{1}{\sqrt{3}})$ + $ظا^{-1}(\frac{1}{\sqrt{3}})$ = ٣٠ + ٣٠ = ٦٠°

---

(٩) $جتا^{-1}$ س + $جا^{-1}$ س = ...

(أ) صفر (ب) $\frac{\pi}{4}$ (ج) $\frac{\pi}{2}$ (د) π

ملحوظة هامة

الأس -١ ده معناه الدالة العكسية
بدلاً من sin جا
نعمل shift sin $جا^{-1}$

مثال ٥

إذا كان جا θ = $\frac{٤}{٥}$ حيث ٩٠° < θ < ١٨٠°
فأوجد جا(١٨٠ − θ) + ظا(٣٦٠ − θ) + ٢جا(٢٧٠ − θ)

الحل

∵ ٩٠° < θ < ١٨٠°

∴ جا θ = $\frac{٤}{٥}$

جتا θ = $\frac{-٣}{٥}$

ظا θ = $\frac{-٤}{٣}$

لأنه في الربع الثاني

(مثلث: الوتر ٥ ، المقابل ٤ ، المجاور ٣ ، θ)

المقدار جا(١٨٠ − θ) = جا θ

ظا(٣٦٠ − θ) = − ظا θ

٢جا(٢٧٠ − θ) = −٢ جتا θ

= جا θ − ظا θ − ٢ جتا θ

= $\frac{٤}{٥}$ − ($\frac{-٤}{٣}$) − ($\frac{-٣}{٥}$ × ٢) = ٣ $\frac{١}{٣}$

مثال ٦

إذا كان ظا θ = $\frac{٣}{٤}$ حيث ١٨٠° < θ < ٢٧٠°
فأوجد قيمة جتا(٣٦٠° − θ) − جتا(٩٠° − θ)

الحل

جا θ = $\frac{-٣}{٥}$

جتا θ = $\frac{-٤}{٥}$ في الربع الثالث

ظا θ = $\frac{٣}{٤}$

(مثلث: الوتر ٥ ، المقابل ٣ ، المجاور ٤ ، θ)

جتا(٣٦٠ − θ) = جتا θ

جتا(٩٠ − θ) = جا θ

= جتا θ − جا θ = $\frac{-٤}{٥}$ − ($\frac{-٣}{٥}$) = $\frac{-١}{٥}$

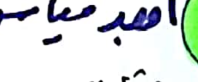




١ أوجد قيمة θ حيث θ ∈]٠ ، ٢π[

① جا θ = $\frac{١}{٢}$ ② جتا θ = $\frac{-١}{٢}$

③ ظا θ = −√٣ ④ ظتا θ = √٣



٢ أوجد قياس أصغر زاوية موجبة تحقق

① جتا θ = $\frac{-١}{\sqrt{٢}}$ ② ظا θ = ١

③ جا θ = $\frac{-\sqrt{٣}}{٢}$ ④ جتا θ = ٠,٧



٣ إذا قطع الضلع النهائي فأوجد قيم θ ∈ [٠ ، ٢π[

① ($\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ، $\frac{١}{٢}$) ② ($\frac{-١}{\sqrt{٢}}$ ، $\frac{١}{\sqrt{٢}}$)

③ ($\frac{٦}{١٠}$ ، $\frac{-٨}{١٠}$)

٤ إذا كان ٧ قتا θ = ٢٥ ، فما حيث $\frac{\pi}{٢}$ < θ < π فأوجد القيمة العددية للمقدار

ظا(π + θ) − ظتا($\frac{\pi}{٢}$ − θ)

(٩٠ − θ) = (٢٧٠ + θ)

انتهى الجبر وحساب المثلثات

مع أطيب تمنياتي الطيبة بالنجاح

والتفوق محمد أدهم